



University of Tehran Press

ECO HYDROLOGY

Home Page: <https://ije.ut.ac.ir>

Online ISSN: 2423-6101

Trivariate Uncertainty Analysis of Hydro-Climatic Drought Risk Using Bootstrap Method (Case Study: Esteghlal Dam Basin, Minab)

Zohreh Pakdaman,^{1*}  Omolbanin Bazrafshan² 

1. Assistant Professor, Department of statistics, Faculty of science, University of Hormozgan, Bandar Abass, Iran. Email: zpakdaman@hormozgan.ac.ir

2. Professor, Department of Natural Resources Engineering, Faculty of Agriculture, University of Hormozgan, Bandar Abass, Iran. Email: o.bazrafshan@hormozgan.ac.ir

Article Info

Article type:

Research Article

Article history:

Received 06 April 2025

Received in revised form 25 May 2025

Accepted 31 May 2025

Available online 22 June 2025

Keywords:

Drought attributes,
Copula functions,
Conditional probabilities,
Uncertainty.

ABSTRACT

Research Topic: Trivariate Uncertainty Analysis of Hydro-Climatic Drought Risk Using Bootstrap Method (Case Study: Esteghlal Dam Basin, Minab).

Objective: The main objective was to develop a trivariate uncertainty framework for analyzing hydro-climatic drought in the Esteghlal Dam watershed (Minab), by integrating meteorological and hydrological drought indices and predicting conditional probabilities of drought severity under varying conditions.

Method: Monthly precipitation and runoff data (1991–2021) were standardized using the Gamma distribution. A Joint Drought Index (JDI) was derived by combining the Standardized Precipitation Index (SPI) and the Standardized Runoff Index (SRI). Copula functions from Archimedean and elliptical families were applied to capture dependence among drought variables. Maximum Likelihood Estimation (MLE) was used for parameter estimation, and the Sn goodness-of-fit test was employed to identify optimal copula models. Finally, trivariate conditional probabilities of drought severity were estimated, and bootstrap resampling was used to quantify the associated uncertainty.

Results: The Gumbel copula provided the best fit for modeling the dependence structure between severity, duration, and magnitude. Results showed that increasing drought duration led to higher severity, while reducing conditional probability (longer return periods) decreased severity. For example, at a 10-year return period (CP = 0.1), when duration = 20 months and magnitude = 0.33, severity was 2.47; with magnitude increased to 2.87, severity rose to 17.1. Conversely, reducing conditional probability from 0.2 to 0.005 lowered severity from 5.1 to 0.7. The most severe recorded drought exhibited severity = 93, duration = 31 months, and magnitude = 2.87.

Conclusions:

The study confirms that extreme droughts become less frequent as return periods increase, yet they can be significantly more severe. The proposed trivariate uncertainty framework, combining copula modeling and bootstrap analysis, provides a robust tool for assessing drought risks under uncertainty. This approach enhances understanding of drought dynamics and offers valuable insights for water resource management and early-warning systems in arid and semi-arid regions.

Cite this article: Pakdaman, Z., Bazrafshan, O. (2025). Trivariate Uncertainty Analysis of Hydro-Climatic Drought Risk Using Bootstrap Method (Case Study: Esteghlal Dam Basin, Minab). *ECOHYDROLOGY*, 12 (3), 832-850. <http://doi.org/10.22059/IJE.2025.395400.1871>



© Zohreh Pakdaman, Omolbanin Bazrafshan.

Publisher: University of Tehran Press.

DOI: <http://doi.org/10.22059/IJE.2025.395400.1871>

Background and Objective

Drought is a complex hydro-climatic phenomenon that requires comprehensive statistical approaches to properly assess its frequency, severity, and impacts. The present study aimed to perform a trivariate uncertainty analysis of drought risk in the Esteghlal Dam Basin, Minab, by integrating meteorological and hydrological drought indices. The main objective was to investigate the joint behavior of drought severity, duration, and magnitude under different return periods while quantifying the uncertainty of predictions using the bootstrap method.

Methodology

Monthly precipitation and runoff records (1991–2021) were standardized through Gamma distribution and used to derive the Standardized Precipitation Index (SPI) and Standardized Runoff Index (SRI). These were integrated into a Joint Drought Index (JDI) to represent hydro-meteorological drought conditions. Drought attributes severity, duration, and magnitude were extracted, and their dependence structures were modeled using copula functions from Archimedean and elliptical families. Maximum Likelihood Estimation (MLE) was employed for parameter fitting, and the best copula models were selected based on the Sn goodness-of-fit test. To assess reliability, bootstrap resampling was implemented, allowing the construction of confidence bands for conditional probabilities of drought severity under various durations and magnitudes.

Results

The analysis confirmed significant interdependence between drought variables, with the Gumbel copula providing the most robust fit. Results revealed that increasing drought duration consistently leads to higher severity, while lower conditional probabilities (equivalent to longer return periods) correspond to reduced severity levels. For instance, at a 10-year return period ($CP=0.1$) with magnitude = 0.33 and duration = 20 months, severity was estimated as 2.47; increasing magnitude to 2.87 raised severity to 17.1. Similarly, reducing CP from 0.2 to 0.005 (longer return periods) decreased severity from 5.1 to 0.7 for fixed conditions. The most extreme recorded drought exhibited severity = 93, duration = 31 months, and magnitude = 2.87. Bootstrap-based uncertainty analysis indicated that confidence intervals widened as drought intensity increased, highlighting the importance of resampling in risk quantification.

Conclusions

The study demonstrates that copula-based multivariate models, combined with bootstrap resampling, provide a powerful statistical framework for assessing drought risk. The results emphasize that longer droughts tend to be more severe, yet extreme droughts are rarer and associated with greater uncertainty. The proposed approach can improve the design of drought monitoring and early-warning systems, offering valuable insights for water resource planning in arid and semi-arid regions.

Novelty and Contribution

1. Integration of SPI and SRI into a joint drought index (JDI) to capture both meteorological and hydrological components.
2. Application of trivariate copula functions to model severity, duration, and magnitude simultaneously.
3. Quantification of prediction uncertainty through bootstrap-based confidence intervals.
4. Provision of practical tools for water managers to design drought preparedness strategies under uncertain hydro-climatic conditions.

Author Contributions

Author 1: Conceptualization; data curation; formal analysis; methodology; software; writing, review and editing

Author 2: Conceptualization; data curation; formal analysis; writing, review and editing

Ethical considerations

The authors avoided from data fabrication and falsification.

Funding

No funding.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

تحلیل عدم قطعیت سه متغیره ریسک خشکسالی هیدرواقليمی به کمک بوت استرپ (مطالعه موردی: حوضه سد استقلال میناب)

زهره پاکدامن^۱، ام البنین بذرافشان^۲

۱. عضو گروه آمار، دانشکده علوم پایه، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران. رایانامه: zpakdaman@hormozgan.ac.ir

۲. استاد گروه مهندسی منابع طبیعی و مدیر هسته پژوهشی تجزیه و تحلیل داده در علوم محیطی، گروه مهندسی منابع طبیعی، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان. رایانامه: o.bazrafshan@hormozgan.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	موضوع: تحلیل عدم قطعیت سه متغیره خشکسالی هیدرواقليمی با استفاده از روش بوت استرپ (مطالعه موردی: حوضه آبخیز سد استقلال میناب).
تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۱۷	هدف: هدف پژوهش، بررسی همبستگی میان متغیرهای خشکسالی (شدت، مدت و بزرگی) و پیش بینی احتمال شرطی شدت خشکسالی در مقیاس های زمانی مختلف، همراه با تحلیل عدم قطعیت ناشی از این پیش بینی ها بود.
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۲/۲۵	روش تحقیق: در این مطالعه، داده های بارش و رواناب ماهانه طی سال های ۱۳۷۰ تا ۱۴۰۰ در حوضه آبخیز سد استقلال میناب گردآوری و با توزیع گاما نرمال سازی شدند. شاخص خشکسالی مشترک (JDI) با ترکیب شاخص های SPI و SRI ساخته شد و تحلیل وابستگی بین متغیرها با استفاده از توابع کاپولا از خانواده های ارشمیدسی و بیضوی انجام گرفت. بهترین تابع کاپولا با آزمون Sn شناسایی و پارامترهای آن با روش بیشینه درست نمایی (MLE) برآورد شد. در ادامه، احتمال شرطی سه متغیره شدت خشکسالی محاسبه و عدم قطعیت مرتبط با آن با روش بوت استرپ بررسی گردید.
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۱۰	یافته ها: نتایج نشان داد که بین متغیرهای خشکسالی همبستگی معنی دار وجود دارد و از میان توابع برازش داده شده، تابع کاپولا گامبل بهترین عملکرد را داشت. تحلیل ها نشان دادند که با افزایش مدت خشکسالی، شدت نیز افزایش می یابد؛ درحالی که کاهش احتمال شرطی (معادل با افزایش دوره بازگشت) منجر به کاهش شدت خشکسالی می شود. برای مثال، در احتمال شرطی ۰/۱ (معادل با دوره بازگشت ۱۰ سال)، وقتی بزرگی (M) برابر ۰/۳۳ و مدت (D) برابر ۲۰ باشد، شدت خشکسالی (S) معادل ۲/۴۷ است. با ثابت نگه داشتن D و افزایش M به ۲/۷۸، شدت به ۱۷/۱ افزایش می یابد. همچنین کاهش احتمال شرطی از ۰/۲ به ۰/۰۰۵ سبب کاهش شدت از ۵/۱ به ۰/۷ شد. شدیدترین خشکسالی ثبت شده دارای شدت ۹۳، مدت ۳۱ ماه و بزرگی ۲/۸۷ بود.
کلیدواژه ها: شاخص های خشکسالی، توابع کاپولا، احتمالاً شرطی، عدم قطعیت.	نتیجه گیری: پژوهش حاضر نشان داد که خشکسالی های با احتمال شرطی کمتر (معادل با دوره بازگشت طولانی تر) اگرچه نادرترند، می توانند شدت بیشتری داشته باشند. چارچوب سه متغیره مبتنی بر کاپولا و بوت استرپ ابزاری کارآمد برای تحلیل همبستگی متغیرهای خشکسالی و سنجش عدم قطعیت در برآوردهای احتمالاتی به شمار می آید. این رویکرد می تواند مبنای مناسبی برای مدیریت منابع آب و طراحی سامانه های هشدار خشکسالی در مناطق خشک و نیمه خشک فراهم سازد.

استناد: پاکدامن، زهره؛ بذرافشان، ام البنین. تحلیل عدم قطعیت سه متغیره ریسک خشکسالی هیدرواقليمی به کمک بوت استرپ (مطالعه موردی: حوضه سد استقلال میناب).

اکوهیدرولوژی، ۱۲(۳)، ۸۳۲-۸۵۰

<http://doi.org/10.22059/IJE.2025.395400.1871>

ناشر: انتشارات دانشگاه تهران. © زهره پاکدامن، ام البنین بذرافشان.



مقدمه

چرخه هیدرولوژیک که به عنوان چرخه آب نیز شناخته می شود، یک سیستم پیچیده و پویای طبیعی است که در آن اجزای مختلف با روابطی متقابل و چندانیه به هم مرتبط هستند. این چرخه که دائماً در حال تغییر و تحول است، نه تنها بیلان آبی مناطق مختلف را تحت تأثیر قرار می دهد، بلکه هرگونه درک عمیق از آن مستلزم تحلیل دقیق فرایندها و زیرفرایندهای مرتبط با آن است. با این حال، بسیاری از مشکلات کنونی ناشی از عدم شناخت کافی از ساختار پیچیده این چرخه و فقدان برنامه ریزی استراتژیک و کل نگر در مدیریت آن است (اژدری و همکاران، ۱۳۹۹).

مدیریت مؤثر چرخه هیدرولوژیک مستلزم شناسایی کامل اجزاء، تدوین راهبردهای منسجم، و اتخاذ تصمیم های اجرایی برای بهره برداری بهینه از منابع آبی است؛ به ویژه در راستای نیل به توسعه پایدار. این مدیریت نیازمند درک دقیق تر فرایندهایی است که به طور مستقیم یا غیرمستقیم بر رویدادهای حدی همچون سیل و خشکسالی تأثیر می گذارند. اهمیت این موضوع در مناطقی که با شرایط خشک و نیمه خشک روبه رو هستند، دوچندان می شود، زیرا تغییرات اقلیمی جهانی نیز احتمال وقوع این پدیده ها را افزایش داده است (بذرافشان، زمانی و شکاری، ۲۰۲۰).

در مطالعات هیدرولوژیک، بسیاری از متغیرها به عنوان نماینده های رفتاری سیستم برای مدل سازی فرایندهای آبی انتخاب می شوند؛ اما فرض استقلال میان این متغیرها می تواند دقت مدل سازی را کاهش داده و نتایج را به چالش بکشد. پدیده های هیدرولوژیک نظیر سیل و خشکسالی اغلب تحت تأثیر مجموعه ای از متغیرهای مرتبط هستند که بین آنها همبستگی قابل توجهی وجود دارد. در چنین شرایطی، استفاده از مدل های آماری که این روابط پیچیده را نادیده می گیرند، بر عدم قطعیت تحلیل ها می افزاید (بژک، میکوش و شراج، ۲۰۱۴).

برای به حداقل رساندن این عدم قطعیت ها، باید به ارتباطات موجود میان توزیع های آماری متغیرها توجه کرد. شناخت این ارتباطات می تواند نقش مؤثری در بهبود درک ما از قوانین حاکم بر رفتار پدیده های هیدرولوژیک داشته باشد. در این راستا، بهره گیری از روش های آماری چندمتغیره به عنوان رویکردی پیشرفته تر ضروری به نظر می رسد.

روش های سنتی تحلیل چندمتغیره معمولاً بر استفاده از توابع توزیع چندمتغیره کلاسیک تکیه دارند. با این حال، این روش ها محدودیت های قابل توجهی دارند، زیرا مستلزم یکسان بودن نوع توزیع های حاشیه ای هستند. برای غلبه بر این محدودیت ها، توابع کاپولا^۲ به عنوان ابزاری نوآورانه معرفی شده اند (چانگ^۳ و همکاران، ۲۰۱۶).

توابع کاپولا، که از نظر مفهومی به معنای پیوند یا اتصال هستند، به ترکیب توزیع های یک بعدی برای ایجاد توزیع های چندمتغیره کمک می کنند. این توابع، به ویژه در حوزه هیدرولوژی، کاربرد گسترده ای پیدا کرده اند و ابزار مؤثری برای تحلیل پدیده هایی مانند سیل و خشکسالی محسوب می شوند.

یکی از مزیت های اصلی توابع کاپولا این است که آنها قادر به مدل سازی متغیرهای آماری با رفتار غیرمعمول هستند، بدون آنکه نیاز به فرض استقلال میان این متغیرها وجود داشته باشد. این ویژگی موجب کاهش چالش های ریاضی در تحلیل داده ها شده و توابع کاپولا را به یکی از ابزارهای مؤثر برای بررسی پیچیدگی های چرخه هیدرولوژیک تبدیل کرده است.

تحولات اخیر در علم ریاضیات کاربردی نشان داده است که توابع کاپولا نه تنها درک دقیق تری از وابستگی متغیرهای هیدرولوژیک ارائه می دهند، بلکه توانایی آنها در تحلیل رویدادهای پیچیده باعث شده است که به ابزاری پیشرفته در تحقیقات هیدرولوژی تبدیل شوند (دالمن، نیک اقبالی و رونکالی، ۲۰۰۰^۴). با به کارگیری یک رویکرد تحلیلی مبتنی بر مفصل های جفتی، به مدل سازی سه بعدی خشکسالی هیدرولوژیک در حوضه آبریز Weihe چین پرداختند. در این پژوهش، ۱۲ نوع تابع مفصل برای شناسایی مناسب ترین مدل بررسی شد. ارزیابی های انجام شده با آزمون های برازش نشان داد که مفصل فرانک عملکرد برتری در

1. Bezak, Mikoš & Šraj

2. Copula

3. Chang

4. Durrleman, Nikeghbali & Roncalli

توصیف الگوی خشکسالی در منطقه دارد. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که استفاده از مفصل‌های جفتی روشی پویا و کارآمد برای تحلیل توزیع‌های چندمتغیره خشکسالی به شمار می‌آید.

امبرچت، مکینیل و استرامن^۱ (۲۰۰۱) ارتباط میان خشکسالی‌های هواشناختی و هیدرولوژیکی را در اقلیم‌های گوناگون اروپا بررسی کردند. این مطالعه شامل استخراج متغیرهایی همچون شدت و مدت خشکسالی در هر دو نوع هواشناختی و هیدرولوژیکی بود. سپس، با بهره‌گیری از توابع کاپولا، ارتباط احتمالی بین این دو نوع خشکسالی به تصویر کشیده شد. نتایج به‌روشنی نشان داد که این رویکرد می‌تواند وابستگی‌های پیچیده میان دو پدیده را به‌طور دقیق‌تری تحلیل کند.

امبرچت، مکینیل و استرامن (۲۰۰۱) به ارزیابی استفاده از توابع کاپولا در تحلیل ویژگی‌های خشکسالی پرداختند. این پژوهش براساس داده‌های چهار ایستگاه در کانادا و ایران انجام شد که در آن شاخص SPI محاسبه و از توابع مفصل برای بررسی شدت و مدت خشکسالی استفاده گردید. برای داده‌های شدت و مدت، توزیع گاما و توزیع نمایی به‌ترتیب به‌عنوان بهترین مدل‌های حاشیه‌ای انتخاب شدند. این تحقیق نشان داد که توابع کاپولای فرانک و گامبل در مقایسه با کاپولای کلیتون عملکرد دقیق‌تری در مدل‌سازی ویژگی‌های خشکسالی ارائه می‌دهند (اسلامیان و همکاران، ۱۳۹۰). با هدف ترسیم منحنی‌های SDF برای خشکسالی، از شاخص‌های RDI، SPI و SPEI در مناطق شرقی استرالیا استفاده کردند. این تحلیل که با بهره‌گیری از توابع کاپولا انجام شد، نشان داد که در مناطق خشک، احتمال وقوع رویدادهای شدید و طولانی‌تر به‌مراتب بیشتر از مناطق با اقلیم‌های معتدل است.

قاسم‌نژاد و همکاران (۱۴۰۰) اثر حجم نمونه بر عدم قطعیت در برآورد شاخص‌های SPI و SPEI را با استفاده از روش بوت‌استرپ در دوره‌ای ۶۰ ساله در ایتالیا بررسی کردند. برای هر تحلیل، ۱۰۰۰ داده شبیه‌سازی شد. نتایج نشان داد که افزایش حجم داده‌ها، میزان عدم قطعیت را کاهش می‌دهد. همچنین، در شرایط نرمال تا مرطوب، دامنه عدم قطعیت به‌طور قابل توجهی ثابت باقی می‌ماند، اما با افزایش شدت خشکسالی، میزان عدم قطعیت در شرایط با داده‌های محدود افزایش می‌یابد.

قاضی و همکاران (۱۴۰۲) رویکردی نوآورانه برای تحلیل خشکسالی و پیش‌بینی جریان در حوضه رودخانه جینشا ارائه کردند که مبتنی بر تلفیق اصول آنتروپی حداکثر و کاپولای واین بود. این مطالعه با هدف توسعه یک چارچوب احتمالی جدید برای مدل‌سازی و پیش‌بینی رفتار هیدرومتئولوژیک انجام شد. در اولین بخش از تحقیق، تکنیک ماکسیمم آنتروپی برای پیش‌بینی جریان ماهانه در ایستگاه خروجی این حوضه به کار گرفته شد. یافته‌ها نشان داد که توزیع حاشیه‌ای ایجادشده با استفاده از آنتروپی حداکثر، به‌مراتب نتایج دقیق‌تری نسبت به روش‌های سنتی ارائه می‌دهد. در بخش دوم، یک مدل ترکیبی از روش آنتروپی و کاپولای وان توسعه یافت که توانایی آن در پیش‌بینی خشکسالی و ارزیابی مکانی و زمانی آن مورد بررسی قرار گرفت. این مدل در شبیه‌سازی رویدادهای خشکسالی نتایج قابل توجهی به دست آورد؛ به‌ویژه در شناسایی دوره خشکسالی ۳۵ ماهه (با شدت ۴۱/۲) از ژوئن ۱۹۷۷ تا مارس ۱۹۸۰.

در مطالعه دیگری توسط جنست و مککی^۲ (۱۹۸۶)، شدت و مدت خشکسالی در دو شهر بزرگ غنا، آکرا و یندی، با استفاده از مدل‌های کاپولا مورد ارزیابی قرار گرفت. این تحقیق به‌طور خاص از شاخص SPI برای اندازه‌گیری خشکسالی استفاده کرد و شدت و مدت این پدیده را با کمک کاپولای نرمال، گاما، وایبول، لگ‌نرمال، کلایتون و فرانک مدل‌سازی نمود. علاوه بر این، شبیه‌سازی‌های اقلیمی با استفاده از مدل تعدیل‌شده بایاس انجام شد. یافته‌های این مطالعه نشان دادند که کاپولای کلایتون و فرانک برای توصیف همبستگی مشترک بین شدت و مدت خشکسالی در این مناطق مناسب‌ترین گزینه‌ها هستند. همچنین، توزیع‌های حاشیه‌ای وایبول و لگ‌نرمال بهترین تطابق را با داده‌ها داشتند. نتایج حاکی از آن بود که درحالی‌که دوره‌های بازگشت خشکسالی در آکرا به‌مرور افزایش یافته، این دوره‌ها در مجموع با کاهش همراه بوده است.

شاخص‌های تک‌متغیره مانند SPI-12 (شاخص بارش استانداردشده) و SRI-12 (شاخص رواناب استانداردشده) اطلاعات مفیدی ارائه می‌کنند، اما به دلیل ناتوانی در نشان دادن ارتباط و تعامل میان عوامل مختلف خشکسالی، نمی‌توانند نمای کاملی از وضعیت خشکسالی هیدرواقليمی فراهم کنند. این محدودیت‌ها باعث شده تا توسعه شاخص‌های ترکیبی که بتوانند ابعاد مختلف

خشکسالی از جمله شدت، مدت و بزرگی آن را همزمان در نظر بگیرند، ضرورت یابد. شاخص ترکیبی هیدرواقليمی JDI (شاخص ترکیبی خشکسالی) به عنوان یکی از راهکارهای نوین، این امکان را فراهم می کند که بتوان به شکل جامع تر و دقیق تری خشکسالی را ارزیابی و پایش کرد. یکی دیگر از چالش های مهم در این حوزه، تحلیل عدم قطعیت ناشی از داده های ورودی و پارامترهای مدل است. داده های اقلیمی و هیدرولوژیکی به دلیل وجود خطاها و نوسانات طبیعی، همواره با عدم قطعیت همراه هستند. همچنین، مدل های پیش بینی خشکسالی با پارامترهای مختلفی کار می کنند که تخمین این پارامترها خود منبعی از عدم قطعیت است. بررسی و تحلیل این عدم قطعیت ها، به ویژه با روش های آماری مانند باز نمونه گیری بوت استرپ، برای افزایش اطمینان از نتایج مدل ها و تصمیم گیری های مدیریتی ضروری است. در نهایت، این تحقیق با ترکیب توسعه شاخص های ترکیبی، استفاده از روش های پیشرفته مدل سازی چندمتغیره و تحلیل جامع عدم قطعیت، تلاش می کند تا ابزارهای بهتری برای مدیریت و پیش بینی خشکسالی هیدرواقليمی در مناطق خشک و نیمه خشک ارائه دهد که بتواند به کاهش خسارات اقتصادی، اجتماعی و زیست محیطی ناشی از این پدیده کمک کند. این ضرورت ها و مسائل پیچیده، انگیزه اصلی انجام این پژوهش را تشکیل می دهند و به پیشرفت دانش و بهبود عملکرد سیستم های مدیریت منابع آب در مواجهه با خشکسالی کمک خواهند کرد. در این مطالعه، با استفاده از ترکیب شاخص های SPI و SRI، شاخص JDI تعریف شد و با به کارگیری توابع کاپولا و روش بوت استرپ، ویژگی های سبب خشکسالی مدل سازی گردید. هدف این پژوهش توسعه یک چارچوب آماری سه متغیره برای تحلیل توأمان شدت، مدت و بزرگی خشکسالی هیدرواقليمی در حوضه آبریز سد استقلال میناب است. نوآوری اصلی تحقیق در موارد زیر است: ۱. ساخت شاخص تلفیقی JDI با ترکیب SPI و SRI برای انعکاس همزمان شرایط هواشناسی و هیدرولوژیکی؛ ۲. کاربرد همزمان سه تابع توزیع (گاما، نمایی، وایبول) برای مدل سازی متغیرهای شدت، مدت و بزرگی خشکسالی؛ ۳. به کارگیری توابع کاپولا از خانواده های مختلف (ارشمیدسی، بیضوی، نرمال) برای مدل سازی وابستگی های پیچیده بین متغیرها؛ ۴. استفاده از روش بوت استرپ برای تحلیل عدم قطعیت ساختار همبستگی و ارزیابی باندهای اطمینان توابع احتمال شرطی؛ ۵. استخراج منحنی های فراوانی شرطی سه متغیره که به طور همزمان شدت را برحسب مدت و بزرگی در سطوح مختلف احتمال بازگشت پیش بینی می کنند. این رویکرد می تواند ابزار قدرتمندی برای برنامه ریزی منابع آب و طراحی سامانه های هشدار خشکسالی فراهم آورد.

روش شناسی

ساخت شاخص خشکسالی هیدرواقليمی (JDI^۱) اولین گام در این مطالعه است که دو شاخص خشکسالی هواشناسی ناشی از بارش (SPI-12) و شاخص خشکسالی هیدرولوژیکی ناشی از رواناب (SRI-12) را برای ارزیابی شرایط خشکسالی در منطقه مطالعه به هم پیوند می دهد. در این تحقیق شاخص های SPI-12 و SRI-12 با استفاده از تابع توزیع گاما محاسبه شدند، که در آن پارامترهای تابع گاما برای هر دو متغیر بارش و رواناب تخمین زده شد. این شاخص ها نمایانگر اندازه گیری های تک متغیره خشکسالی هستند و پایه ای برای تحلیل های چندمتغیره فراهم می آورند.

شاخص خشکسالی بارش استاندارد شده (SPI) براساس روش شناسی ارائه شده توسط هائو و سینگ^۲ (۲۰۱۵) محاسبه شده است. SPI برای کمی سازی شرایط خشکسالی براساس داده های بارش طراحی شده است. در ادامه، مراحل گام به گام محاسبه SPI آمده است:

۱. جمع آوری داده ها: جمع آوری داده های سری زمانی بلندمدت بارش از ایستگاه های مختلف هواشناسی؛
۲. برازش توزیع احتمال: برازش داده های بارش جمع آوری شده به یک توزیع احتمالی. در این مرحله توزیع گاما به طور معمول استفاده می شود، زیرا به خوبی داده های بارش را مدل می کند.
۳. محاسبه تابع توزیع تجمعی (CDF): پس از برازش توزیع گاما، تابع توزیع تجمعی برازش شده محاسبه می شود.

۴. تبدیل به توزیع نرمال استاندارد: تبدیل CDF به یک توزیع نرمال استاندارد. این تبدیل امکان می دهد که مقادیر SPI نشان دهنده تعداد انحرافات معیار بارش مشاهده شده از میانگین بلندمدت باشد.

۵. تفسیر مقادیر: یک SPI منفی نشان دهنده بارش کمتر از میانگین است. دوره خشکسالی زمانی تعریف می شود که SPI به طور مداوم منفی باشد و به مقدار ۱- یا کمتر برسد. دوره خشکسالی زمانی پایان می یابد که SPI مثبت شو (هائو و آقاچوک، ۲۰۱۴). شاخص رواناب استاندارد شده (SRI) که توسط شوکلا و وود (۲۰۰۸) توسعه یافته است، گام های محاسباتی مشابه SPI را با استفاده از داده های رواناب سطحی دنبال می کند (هو^۱ و همکاران، ۲۰۱۵).

روش شناسی مبتنی بر کاپولا رویکردی جامع برای ارزیابی احتمال تجمعی توزیع های حاشیه ای ارائه می دهد که نمایانگر پارامترهای هیدرولوژیکی یا هواشناسی هستند. گروهی از کاپولاها توسط گمبل در سال ۱۹۶۰ معرفی شد. کاپولای گمبل از اعضای مهم کاپولاهای دومتغیره مقادیر حدی به شمار می رود (کائو و گوینداراجلو، ۲۰۱۰)^۲ و به طور گسترده در تحلیل هیدرولوژی مقادیر حدی دومتغیره استفاده شده است. کاپولای گمبل C به شکل زیر نوشته می شود:

$$C(u_1, u_2) \exp \left\{ -[(-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta]^{\frac{1}{\theta}} \right\}, \theta \in 1, +\infty \quad \text{رابطه ۱}$$

تولیدکننده کاپولا گمبل عبارت زیر است:

$$\varphi(t) = (-\ln t)^\theta, \quad \theta \in [1, +\infty) \quad \text{رابطه ۲}$$

گروه کاپولای فرانک در سال ۱۹۷۹ توسط فرانک معرفی شد. کاپولای فرانک به شکل زیر است:

$$C(u_1, u_2) = \frac{1}{\theta} \log \left(1 + \frac{(e^{\theta u_1} - 1)(e^{\theta u_2} - 1)}{e^\theta - 1} \right), \theta \in (-\infty, +\infty). \quad \text{رابطه ۳}$$

تولیدکننده کاپولای فرانک عبارت زیر است:

$$\varphi(t) = -\ln \left[\frac{e^{-\theta t} - 1}{e^\theta - 1} \right], \quad \theta \in (-\infty, +\infty). \quad \text{رابطه ۴}$$

کاپولاهای بیضوی انعطاف پذیرند و به راحتی می توان آن ها را به ابعاد بالاتر ($p > 2$) گسترش داد. علاوه بر این، این دسته از کاپولاها به عنوان تعمیمی از توزیع نرمال چندمتغیره کلاسیک عمل می کنند. شناخته شده ترین کاپولاهای بیضوی عبارت اند از گوسی (نرمال) و تی-کاپولا که موارد خاصی از این خانواده وسیع ترند. کاپولاهای چندمتغیره نرمال با استفاده از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$C_\rho(u_1, u_2) = \int_{-\omega}^{F^{-1}(u_1)} \int_{-\omega}^{F^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi(1-\rho^2)^{0.5}} \exp \left\{ -\frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{2(1-\rho^2)} \right\} dx dy \quad \text{رابطه ۵}$$

طرح طبقه بندی خشکسالی مورد استفاده در JDI براساس رویکردی است که توسط لی^۳ و همکاران (۲۰۲۰) توسعه یافته است. این روش از طبقه بندی مبتنی بر صدک ها استفاده می کند تا دسته بندی های شدت خشکسالی را براساس آستانه های خاص شدت تعیین کند. برای مثال، مقادیر شاخصی که به زیر یک آستانه صدکی خاص می رسند، شدت بالاتر خشکسالی را نشان می دهند. این رویکرد به ویژه برای مطالعاتی که به مقایسه در مقیاس های مختلف خشکسالی و متغیرهای اقلیمی نیاز دارند مناسب است، زیرا چارچوبی استاندارد و عددی برای طبقه بندی فراهم می کند.

1. Hu

2. Kao & Govindaraju

3. Li

بسیاری از پژوهشگران این روش را در مطالعات مرتبط به دلیل سادگی و دقت آن ترجیح داده‌اند. این پژوهشگران شامل لیو^۱ و همکاران (۲۰۱۹) در مطالعات اولیه، و همچنین پژوهشگران دیگر مانند مک کی و همکاران^۲ (۱۹۹۳)، مو^۳ (۲۰۱۱) و نلسن^۴ (۲۰۰۶) هستند.

در این چارچوب، JDI براساس مقیاس‌های زمانی متغیرهای ورودی خود مانند SPEI، SPI و SRI طراحی شده است و این مقیاس‌ها به‌طور صریح در نام‌گذاری شاخص منعکس شده‌اند. این روش به پژوهشگران امکان می‌دهد خشکسالی‌ها را از نظر شدت، مدت‌زمان و مقیاس مکانی بررسی کنند و نتایجی مقایسه‌پذیر در زمینه‌های مختلف ارائه دهند. طرح طبقه‌بندی در جدول ۱ (سان^۵ و همکاران، ۲۰۲۱) ارائه شده است و نمای دقیقی از آستانه‌های دسته‌بندی شدت خشکسالی را نشان می‌دهد.

جدول ۱: دسته‌بندی شدت خشکسالی و توضیحات با توجه به مقادیر JDI

JDI	توصیف
(-0.5,-0.79)	خشکسالی غیرعادی
(-0.8,-1.29)	خشکسالی متوسط
(-1.30,-1.59)	خشکسالی شدید
(-1.60,-1.99)	خشکسالی بسیار شدید
<-2	خشکسالی استثنایی

همان‌طور که می‌دانیم، برآورد پارامترها و سایر استنباط‌های آماری، توابعی از مقادیر داده‌ها هستند. بنابراین استنباط‌های آماری عدم قطعیت ناشی از داده‌ها و برآورد پارامترها را به ارث می‌برند. در این مقاله، ما از روش نمونه‌گیری از یک مدل احتمالی معین، که بوت استرپ پارامتری نامیده می‌شود، برای بررسی این عدم قطعیت استفاده می‌کنیم. اگر بتوانیم فرایند تصادفی که داده‌ها تولید می‌کند را شبیه‌سازی کنیم، نمونه‌هایی را به‌طور مکرر در شرایط یکسان استخراج خواهیم کرد و درنهایت، می‌توانیم یک الگوی نزدیک به خود فرایند جامعه در نمونه‌های استخراج‌شده منعکس کنیم. روش‌های بوت استرپ دسته‌ای از روش‌های مونت کارلو ناپارامتری هستند که توزیع یک جمعیت را با روش بازنمونه‌گیری تخمین می‌زنند. آماردانان مایل به استفاده از این توزیع برای کمی سازی عدم قطعیت همراه با استنباط‌ها هستند. از دو معیار برای کمی سازی عدم قطعیت استفاده می‌شود یکی خطای معیار، پاسخی است به این سؤال که تا چه حد برآورد پارامتر مورد نظر از یک تکرار آزمایش به دیگری تغییر می‌کند؟ و دیگری یک فاصله اطمینان (باندهای عدم قطعیت) برای پارامتر، پاسخ به این سؤال است که همه مقادیری از پارامتر که این داده‌ها را با حداقل یک احتمال مشخص، می‌توانند تولید کنند، کدام‌اند؟ که در این مقاله برای کمی سازی عدم قطعیت از باندهای عدم قطعیت استفاده شده و متوسط طول این باندها برای مقادیر مختلف متغیرهای مسئله محاسبه شده است.

روش‌های بوت استرپ اغلب زمانی استفاده می‌شوند که توزیع جامعه مشخص نشده باشد یا برخی پارامترهای آن مجهول باشد و نمونه تنها اطلاعات موجود باشد (افرون و تیشیرانی،^۶ ۱۹۹۳). در این مطالعه داده‌های ورودی مدل کاپولا شامل n مجموعه از شدت خشکسالی (S)، مدت خشکسالی (D) و بزرگی خشکسالی (M) است که به صورت (S_i, D_i, M_i) برای $i = 1, \dots, n$ نشان داده می‌شوند و مجموعه مقادیر اصلی متغیرهای خشکسالی هستند، که در آن n تعداد رویدادهای خشکسالی می‌باشد. روش بوت استرپ در این مقاله به صورت زیر استفاده می‌شود:

1. Liu
2. McKee, Doesken & Kleist
3. Mo
4. Nelsen
5. Sun
6. Efron & Tibshirani

۱. در نسخهٔ آامین تکرار روش بوت استرپ، به روش نمونه‌گیری با جای‌گذاری n مجموعه مقادیر اصلی متغیرهای خشکسالی نمونه‌گیری کرده و یک نمونه بوت استرپ با حجم اندازهٔ n به صورت $(S_1^j, D_1^j, M_1^j), (S_2^j, D_2^j, M_2^j), \dots, (S_n^j, D_n^j, M_n^j)$ تولید می‌کنیم.

۲. برازش تابع توزیع به آامین نمونه بوت استرپ (S^{j*}, D^{j*}, M^{j*}) براساس نوع تابع توزیع احتمال شدت، مدت و بزرگی خشکسالی اولیه که از قبل مشخص شده است. سپس براساس این برازش پارامترهای بهینهٔ این توزیع برآورد شده و توابع توزیع حاشیه‌ای متناظر به صورت $CDF(S^{j*}), CDF(D^{j*})$ و $CDF(M^{j*})$ به دست می‌آید.

۳. تخمین پارامتر کاپولا براساس توابع توزیع حاشیه‌ای $CDF(S^{j*}), CDF(D^{j*})$ و $CDF(M^{j*})$ و تابع کاپولای کاندید از پیش انتخاب‌شده، برای آامین نمونه بوت استرپ که آن را با نماد $\hat{\theta}_i^{j*}$ نشان می‌دهد.

۴. برآورد شدت خشکسالی براساس مقادیر مشخص برای متغیرهای M و D و سپس به دست آوردن توابع احتمال شرطی.

۵. روش فوق برای تولید m نمونه بوت استرپ، m تخمین توابع حاشیه‌ای برای شدت، مدت و بزرگی خشکسالی، m مجموعه پارامترهای کاپولا $\hat{\theta}_i^{j*}$ و m توابع احتمال شرطی تکرار می‌شود.

۶. از داده‌های شدت، مدت، و بزرگی خشکسالی بوت استرپ، برای ساخت صدک‌های $\frac{\alpha}{2}$ و $1 - \frac{\alpha}{2}$ توابع احتمال شرطی که به عنوان حد پایین و بالای فواصل اطمینان با احتمالات داده‌شده تعریف می‌شوند استفاده می‌کنیم و سپس مشارکت داده‌های ورودی کاپولا در عدم قطعیت توابع احتمال شرطی را تحلیل می‌کنیم.

در این پژوهش از داده‌های ماهانهٔ بارش و رواناب سطحی مربوط به ایستگاه‌های سازمان هواشناسی کشور و شرکت مدیریت منابع آب ایران (زیرمجموعهٔ وزارت نیرو) در حوضهٔ آبریز سد استقلال میناب استفاده شده است. داده‌ها مربوط به دورهٔ زمانی ۱۹۹۱ تا ۲۰۲۱ بوده که مطابق با استاندارد سازمان جهانی هواشناسی (WMO) برای تحلیل‌های اقلیمی بلندمدت انتخاب شده است. متغیرهای مورد استفاده در این مطالعه شامل بارش، رواناب، شدت خشکسالی، مدت و بزرگی خشکسالی هستند. شاخص‌های SPI-12 و SRI-12 برای نرمال‌سازی داده‌های بارش و رواناب به کار رفته و سپس از ترکیب این دو، شاخص هیدرواقليمی JDI ساخته شد. این شاخص امکان تحلیل هم‌زمان شرایط هواشناختی و هیدرولوژیکی را فراهم می‌آورد. کنترل کیفیت و ارزیابی دقت داده‌ها شامل مراحل زیر بوده است:

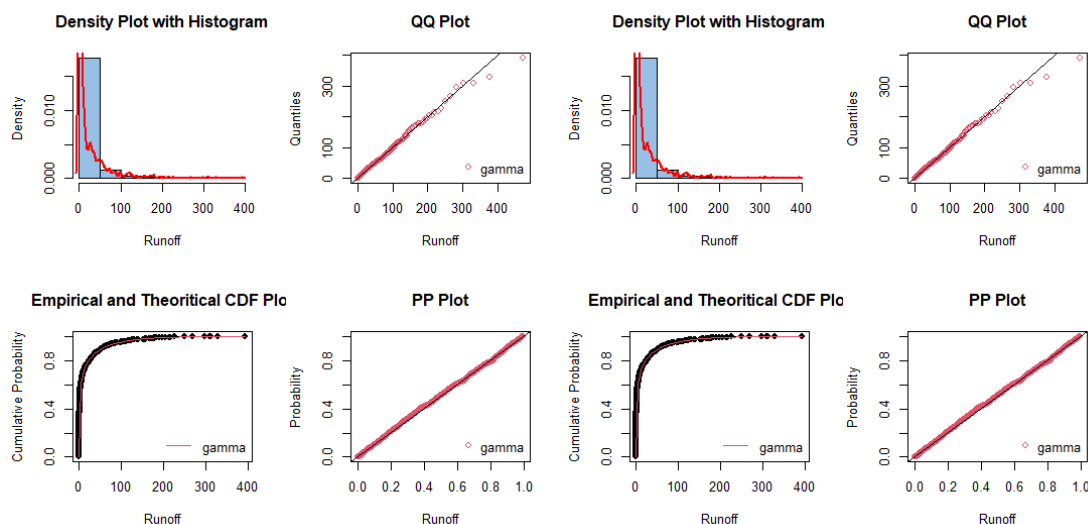
۱. بررسی داده‌های گمشده و پرت با استفاده از روش‌های آماری و نمودارهای جعبه‌ای؛
 ۲. جایگزینی مقادیر مفقود با میانگین متحرک و در صورت نیاز، استفاده از داده‌های ایستگاه‌های همسایه؛
 ۳. برازش تابع توزیع گاما به داده‌های بارش و رواناب و آزمون نیکویی برازش با Kolmogorov-Smirnov (K-S)؛
 ۴. استانداردسازی سری‌های زمانی برای محاسبهٔ شاخص‌ها با فرض نرمال بودن مقادیر.
- در ادامه، با استفاده از توابع کاپولا از خانواده‌های گمیل، فرانک، و نرمال، روابط دومتغیره و سه‌متغیره بین متغیرهای شدت، مدت و بزرگی خشکسالی مدل‌سازی شد. برای برآورد پارامترهای توزیع و توابع کاپولا، از روش حداکثر درست‌نمایی (MLE) بهره گرفته شد. برای تحلیل عدم قطعیت، از روش بوت استرپ با ۱۰۰۰ تکرار استفاده شد. بدین منظور، مجموعه‌ای از داده‌های مصنوعی با جای‌گذاری تولید شده و برای هر بار تکرار، توابع حاشیه‌ای و تابع کاپولا مجدداً برازش داده شد تا باند‌های اطمینان محاسبه گردد. تمام تحلیل‌ها در سطح اطمینان ۹۵ درصد انجام شده و آزمون‌های آماری در بستر نرم‌افزار R (نسخهٔ ۴.۲.۲) و با استفاده از بسته‌های تخصصی مانند `copula`، `fitdistrplus` و `boot` انجام شده است.

نتایج و بحث

برای محاسبهٔ شاخص خشکسالی هیدرواقليمی، ابتدا لازم است شاخص‌های تک‌متغیرهٔ SPI-12 و SRI-12 تخمین زده شوند. شاخص‌های SPI-12 و SRI-12 از داده‌های بارش و رواناب با استفاده از تابع توزیع گامای مناسب استخراج شده‌اند. منحنی‌های

نیکویی برازش مربوط به متغیرهای بارش و رواناب را می‌توان در شکل‌های ۱ و ۲ ملاحظه کرد. پارامترهای تخمین زده شده این توابع و نتایج آزمون‌های برازش در جدول ۲ ارائه شده است.

پس از این مرحله، توزیع‌های حاشیه‌ای این دو شاخص محاسبه شدند (جدول ۲) و انواع کاپولاها برای ارتباط بین متغیرهای SPI-12 و SRI-12 مورد بررسی قرار گرفتند. در میان کاپولاها بررسی شده، کاپولای گمبل بهترین برازش را برای داده‌های دوبعدی SPI-12 و SRI-12 ارائه داد. با استفاده از این کاپولا، دو شاخص به هم پیوند داده شده و شاخص خشکسالی هیدرومتئورولوژیکی (JDI) تخمین زده شد.



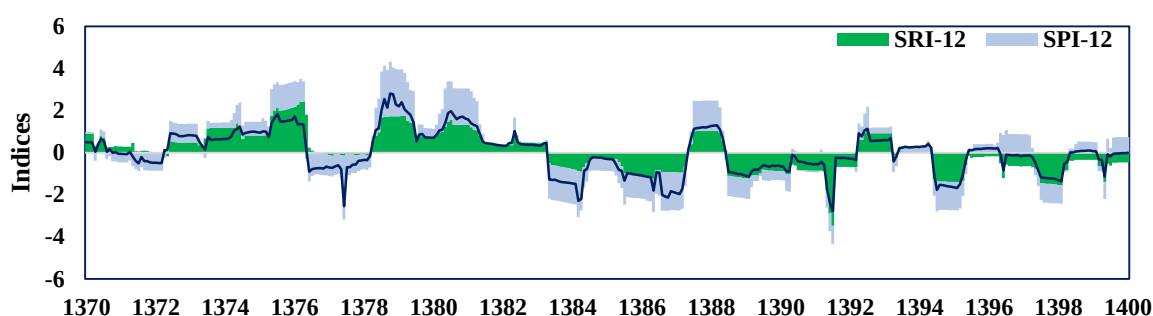
شکل ۱. منحنی‌های نیکویی برازش تابع توزیع گاما به متغیر بارش (سمت راست) و رواناب (سمت چپ)

شکل ۲ مقایسه بین SPI-12، SRI-12، و JDI را نشان می‌دهد که حاکی از آن است که JDI به‌طور مؤثری تغییرات هر دو شاخص را در نظر می‌گیرد. این شاخص به تغییرات سیگنال‌های ناشی از یک نوع خشکسالی حساسیت کمتری دارد و نمای جامعی از تغییرات دو نوع خشکسالی در منطقه ارائه می‌دهد. از طریق JDI، متغیرهایی مانند شدت، مدت‌زمان، و بزرگی خشکسالی استخراج شدند.

از متغیر JDI، متغیرهای شدت، مدت‌زمان و بزرگی خشکسالی استخراج شدند. در منطقه مورد مطالعه، ۳۳ رخداد خشکسالی ثبت شده است که طولانی‌ترین دوره و شدیدترین شدت در رخداد هفتم (از مهر ۱۳۸۳ تا اسفند ۱۳۸۷) مشاهده شده است. این دوره ۸۵ ماه متوالی به طول انجامیده و شدت آن برابر با ۱۰۱/۸۸ بوده است. این یافته‌ها نشان می‌دهد که منطقه به مدت ۵/۰۸ سال شرایط خشکسالی هیدرواقليمی ناشی از کمبود هم‌زمان بارش و رواناب را تجربه کرده است.

مقایسه شاخص‌های تک‌متغیره با JDI نشان می‌دهد که این شاخص به‌خوبی قادر به انعکاس تغییرات دو شاخص تک‌متغیره بوده و برآیند مناسبی از رفتار دو تیپ خشکسالی است. این شاخص دید جامعی از هر دو نوع خشکسالی ارائه می‌دهد و الگوی تغییرات آن صرفاً تحت‌تأثیر یک نوع خشکسالی یا سیگنال خاص قرار نمی‌گیرد. بنابراین، کاپولاها می‌توانند رابطه پیچیده و غیرخطی بین شاخص‌های مختلف خشکسالی را حل کنند. این یافته‌ها توسط مطالعات پیشین (پرزناوارو^۱ و همکاران، ۲۰۱۹، رقونا، مدیور و گارت، ۲۰۰۹^۲؛ اسمیت^۳ و همکاران، ۲۰۲۴؛ شاه و میشر، ۲۰۲۰^۴؛ شکاری و همکاران، ۱۴۰۱) تأیید شده است.

1. Pérez Navarro
2. Requena, Mediero & Garrote
3. Schmitt
4. Shah & Mishra



شکل ۲. رابطه بین SPI، SRI و JDI

جدول ۲. برآورد توابع چگالی حاشیه ای به متغیرها و برآورد توابع کاپولای متغیرهای جفت شده بارش و رواناب

متغیرها	تابع	پارامتر	K-S آماره	value-P
بارش	گاما	$\alpha = 0.3625; \beta = 0.85$	0.28	0.63
رواناب	گاما	$\alpha = 0.3819; \beta = 0.06$	0.29	0.49
SPI-12	SEP2	$\mu = -0.968, \sigma = 0.60$ $\theta = 6.258, \alpha = 1.670$	0.18	0.89
SRI-12	GT	$\mu = 0.043, \sigma = 0.0481$ $\theta = 2.684, \alpha = 3.639$	0.19	0.71
SPI-12_SRI-12	Gumbel	1.1338	Sn=0.06	0.389

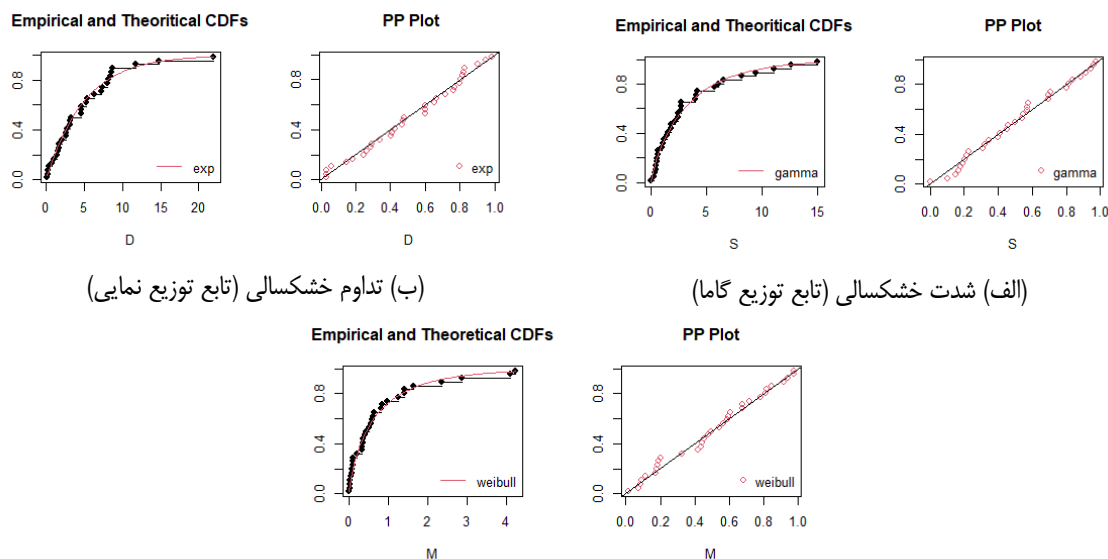
برازش کاپولای سه متغیره به متغیرهای شدت، مدت و بزرگی

تحلیل دقیق روابط غیرخطی و وابستگی های پیچیده میان سه متغیر شدت، مدت و بزرگی خشکسالی از اهمیت اساسی برخوردار است، زیرا این پدیده ها به طور معمول نمی توانند به صورت مجزا بررسی شوند و نیازمند تحلیل توأمان هستند. پس از اثبات وجود همبستگی میان متغیرهای شدت (S)، مدت (D) و بزرگی (M)، توزیع های حاشیه ای و پارامترهای کاپولا برای مدل سازی این وابستگی ها تخمین زده شدند.

جدول ۳ شامل پارامترهای مرتبط با هر متغیر است که رفتار و ویژگی های این شاخص ها را در تحلیل خشکسالی بازتاب می دهد. نتایج نشان داد که توزیع گاما بهترین تطابق را برای متغیر شدت (S) دارد، درحالی که توزیع نمایی برای متغیرهای مدت (D) و توزیع وایبول برای بزرگی (M) مناسب ترین توزیع تشخیص داده شد. منحنی های نیکویی برازش برای متغیرهای شدت، مدت و بزرگی خشکسالی به ترتیب در شکل ۳ نمایش داده شده است.

توزیع گاما به دلیل انعطاف پذیری در مدل سازی داده های مثبت و چوله دار، اغلب به عنوان بهترین توزیع برای متغیر شدت خشکسالی شناخته می شود (شکاری، زمانی و بذرافشان، ۱۴۰۱). همچنین، تأیید توزیع نمایی برای مدت خشکسالی با نتایج (سیواپالان، ساونجی و بلوچ، ۲۰۱۲) همسوست که این توزیع را برای داده های مدت دار با مقادیر صفر زیاد مناسب می دانند. ازسوی دیگر، انتخاب توزیع وایبول برای متغیر بزرگی خشکسالی نیز توسط سونگ و سینگ^۲ (۲۰۱۰) گزارش شده است، چراکه این توزیع توانایی خوبی در مدل سازی داده های حدی دارد. باین حال، برخی تفاوت ها در انتخاب توزیع های بهینه ممکن است ناشی از شرایط اقلیمی متفاوت، مقیاس زمانی تحلیل یا روش های مختلف برآورد پارامترها باشد. این یافته ها به طور کلی بر اهمیت انتخاب توزیع های مناسب براساس ویژگی های آماری داده ها و شرایط منطقه ای تأکید می کنند (اسوبودا^۳ و همکاران، ۲۰۰۲).

1. Sivapalan, Savenije & Blöschl
2. Song & Singh
3. Svoboda



(ب) تداوم خشکسالی (تابع توزیع نمایی)

(الف) شدت خشکسالی (تابع توزیع گاما)

(ج) بزرگی خشکسالی (تابع توزیع وایبول)

شکل ۳. منحنی‌های نیکویی برازش شدت (الف)، تداوم (ب) و بزرگی خشکسالی (ج)

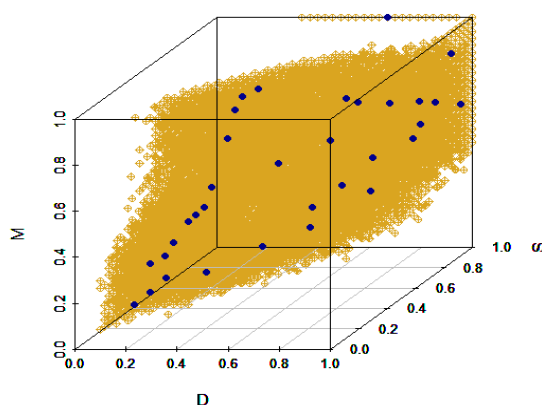
برای مدل‌سازی روابط میان این سه متغیر، از بین خانواده‌ی توابع کاپولا، کاپولای نرمال بهترین برازش را به داده‌های سه‌بعدی شدت، مدت و بزرگی داشته است. کیفیت عملکرد کاپولاها از طریق تکنیک مونت کارلو و تولید ده‌هزار نمونه تصادفی در شکل ۴ ارزیابی شد. این روش که در تحلیل‌های احتمالی بسیار رایج است، امکان شبیه‌سازی و ارزیابی رفتار سیستم تحت تأثیر متغیرهای تصادفی را فراهم می‌آورد. نمونه‌های تصادفی ایجادشده با داده‌های مشاهده‌شده واقعی متغیرهای شدت، مدت و بزرگی مقایسه شدند. این فرایند به‌ویژه برای سنجش یافته‌ها نشان داد که کاپولا به‌شکلی مؤثر ساختار همبستگی میان متغیرها را بازنمایی می‌کند. این بدان معناست که مدل می‌تواند روابط پیچیده و غیرخطی میان شدت، مدت و بزرگی خشکسالی را به‌درستی توصیف کند و درک ما از دینامیک این پدیده‌ها را به میزان قابل توجهی بهبود بخشد.

مقایسه نتایج این پژوهش با مطالعات پیشین نشان می‌دهد که انتخاب کاپولای نرمال برای مدل‌سازی روابط چندمتغیره خشکسالی با یافته‌های بسیاری از محققان هم‌خوانی دارد. برای مثال، پژوهش‌های ون لون^۱ (۲۰۱۵) نیز نشان داد کاپولای نرمال به دلیل انعطاف‌پذیری در مدل‌سازی ساختارهای همبستگی پیچیده، عملکرد مناسبی در تحلیل‌های چندبعدی خشکسالی دارد. این یافته با نتایج ورجنی^۲ و همکاران (۲۰۱۷) که از کاپولای نرمال برای مدل‌سازی سه‌بعدی خشکسالی در چین استفاده کردند، همسوست. با این حال، برخی مطالعات مانند واجنر^۳ و همکاران (۲۰۱۰) در مناطق با شرایط اقلیمی خاص، کاپولای Student-t یا خانواده‌ی ارشمیدسی را برای مدل‌سازی وابستگی‌های خشکسالی مناسب‌تر دانسته‌اند. این تفاوت‌ها ممکن است ناشی از ویژگی‌های آماری خاص داده‌های منطقه‌ای یا تفاوت در ساختارهای همبستگی باشد. روش مونت کارلو مورد استفاده در این پژوهش نیز که توسط ونگ^۴ و همکاران (۲۰۲۰) به عنوان روشی استاندارد برای ارزیابی عملکرد کاپولاها پیشنهاد شده است، قابلیت اطمینان نتایج را تأیید می‌کند. به طور کلی، این یافته‌ها بر اهمیت انتخاب کاپولای مناسب براساس ساختار همبستگی خاص داده‌ها و شرایط منطقه‌ای تأکید دارند، درحالی که نشان می‌دهند کاپولای نرمال می‌تواند در بسیاری از موارد به عنوان یک انتخاب پایه و قابل اعتماد برای مدل‌سازی چندبعدی خشکسالی عمل کند.

1. Van Loon
2. Vergni
3. Wagener
4. Wang

جدول ۳. برآورد توابع چگالی حاشیه‌ای به متغیرها و برآورد توابع کاپولای متغیرهای جفت‌شده شدت، مدت و بزرگی

متغیرها	تابع	پارامتر	آماره K-S	value-P
S	گاما	$\alpha=0.75; \beta=0.17$	0.11	0.77
D	نمایی	$\alpha=0.18$	0.19	0.16
M	وایبول	$\mu=0.85, \sigma=1.09$	0.15	0.41
S-D-M	نرمال کاپولا	0.56	0.06	0.20



شکل ۴. ساختار همبستگی سه بعدی خشکسالی (S-D-M) با استفاده از نمونه‌های واقعی و روش بوت استرپ

در شکل ۴، داده‌های تولیدشده (نمایش داده‌شده با نقاط طلایی) و داده‌های مشاهده‌شده (نمایش داده‌شده با نقاط آبی) مورد بررسی قرار گرفته‌اند تا ساختار همبستگی سه بعدی میان شدت (S)، مدت (D) و بزرگی (M) خشکسالی تحلیل شود. این ساختار که از روش‌های نمونه‌گیری بوت استرپ و داده‌های واقعی به دست آمده است، به‌طور بصری و آماری، تطابق و دقت مدل را در توصیف روابط پیچیده میان این متغیرها ارزیابی می‌کند.

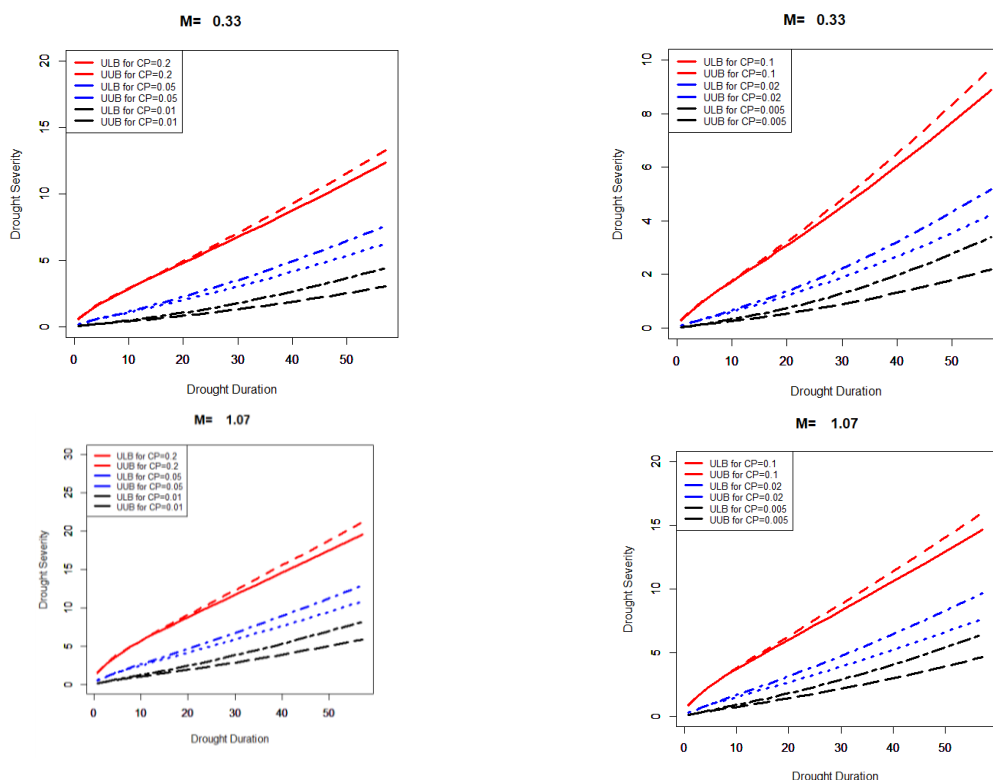
محاسبه احتمالات شرطی و عدم قطعیت

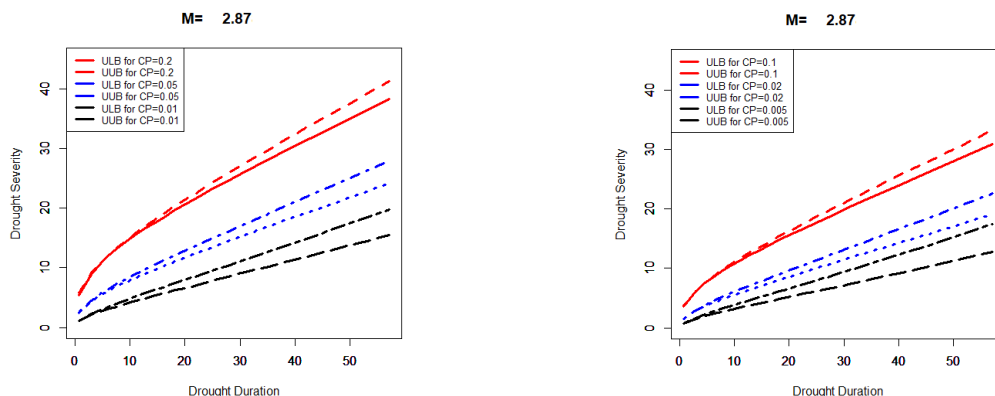
در این مرحله، منحنی‌های فراوانی شرطی برای شدت خشکسالی (S) براساس مقادیر مشخصی از مدت (D) و بزرگی (M) در احتمال‌های شرطی از پیش تعیین‌شده محاسبه می‌شوند. مقادیر آستانه‌ای M براساس چارک اول، چارک دوم و بیشترین فراوانی مشاهده‌شده (چارک چهارم)، در منطقه مطالعه تعیین شده‌اند.

در این تحلیل محور افقی: مدت خشکسالی (D) و محور عمودی: شدت خشکسالی (S) است. برای مدت‌های خشکسالی تعریف‌شده، شدت خشکسالی در احتمال‌های ۰/۰۰۵، ۰/۰۰۲، ۰/۰۱، ۰/۰۵، ۰/۱، ۰/۲، ۰/۵، ۰/۱۰ تخمین زده شده است. این احتمالات برای مقادیر آستانه‌ای بزرگی (M) برابر با ۰/۳۳، ۰/۰۷ و ۲/۸۷ تنظیم شده‌اند، که هر کدام با دوره بازگشت ۱، ۳ و ۱۰۰ سال مطابقت دارند. خشکسالی‌هایی با بزرگی و مدت بیشتر، به شدت بیشتری تمایل دارند. برای مثال، در احتمال شرطی ۰/۱ (دوره بازگشت ۱۰ سال)، وقتی M برابر ۰/۳۳ و D برابر ۲۰ باشد، شدت خشکسالی (S) معادل ۴۷/۲ است. با ثابت نگه داشتن D و افزایش M به ۲۸۷، شدت خشکسالی (S) به ۱۷/۱ افزایش می‌یابد. کاهش احتمال شرطی (و افزایش دوره بازگشت) به کاهش شدت خشکسالی منجر می‌شود. برای مثال وقتی D برابر مقدار ۲۰ و M برابر ۰/۳۳ باشد، کاهش احتمال شرطی از ۰/۲ به ۰/۰۰۵ شدت خشکسالی را از ۵/۱ به ۰/۷ کاهش می‌دهد. این نشان می‌دهد که در یک بازه زمانی مشخص، وقوع خشکسالی‌های شدید به تدریج کمتر خواهد شد.

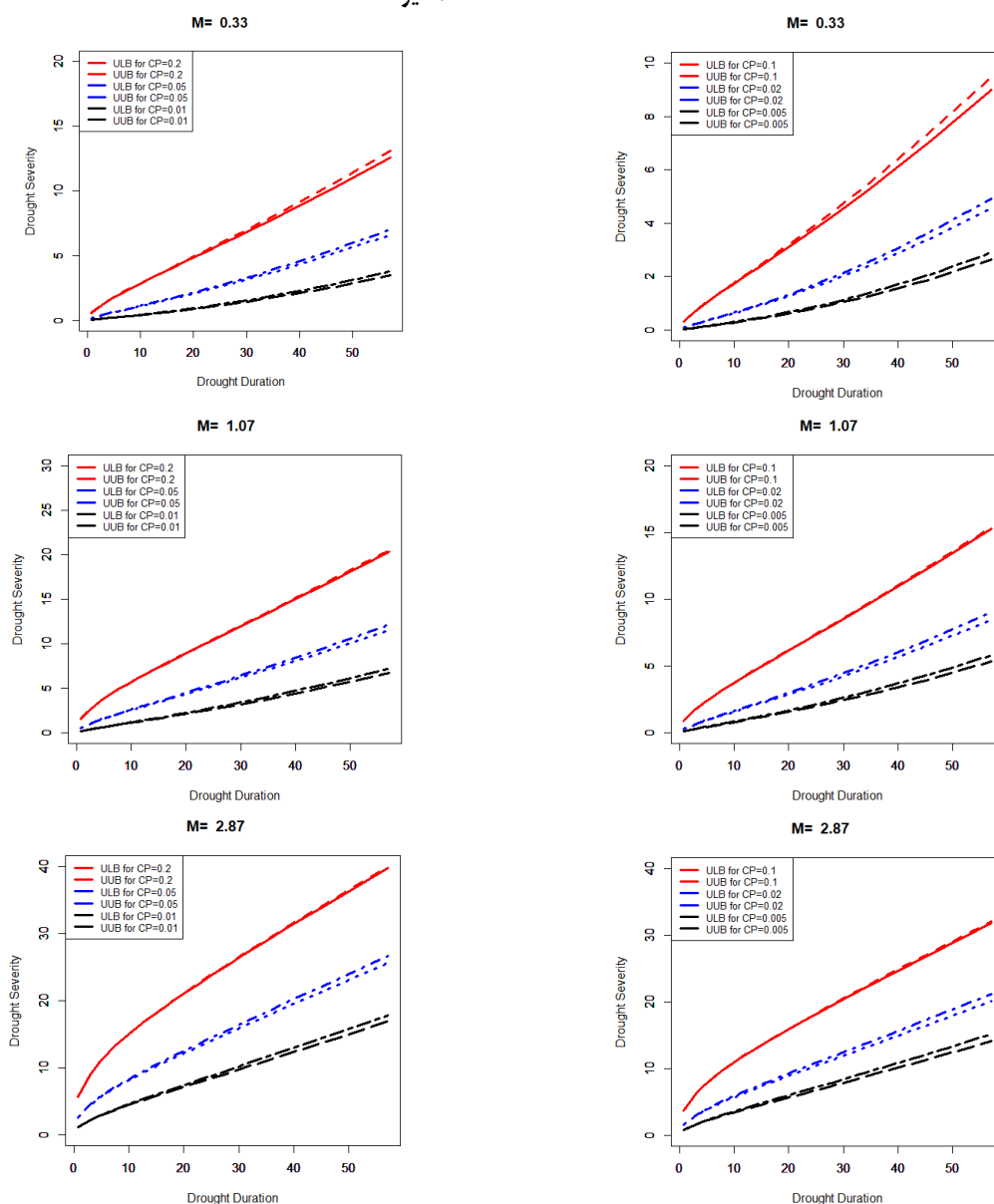
خشکسالی‌هایی با احتمال شرطی کمتر (و دوره بازگشت طولانی‌تر) به عنوان رویدادهایی نادرتر و بالقوه شدیدتر در نظر گرفته می‌شوند.

پس از تخمین پارامترهای کاپولا با استفاده از روش برآورد حداکثر درست‌نمایی (MLE)، ۱۰۰۰ پارامتر کاپولا به صورت تصادفی با استفاده از روش بازنمونه‌گیری MLE تولید شدند. شکل ۵ و ۶ باندهای عدم قطعیت ناشی از داده‌های ورودی و پارامترهای کاپولا در احتمالات شرطی مورد بررسی و آستانه‌های مختلف نشان می‌دهد. برای جلوگیری از همپوشانی منحنی‌ها، احتمالات شرطی بررسی شده در دو نمودار جداگانه نمایش داده شده‌اند. در این نمودارها M ثابت و S در احتمالات مختلف براساس مقادیر خاصی از D قابل تخمین است. براین اساس سه سناریوی M مقدار عدم قطعیت برآورد شد. در شکل ۵ به عنوان نمونه برای سناریوهای M در مقادیر ۰/۳۳، ۱/۰۷ و ۲/۸۷ در احتمالات شرطی ۰/۱، ۰/۲، ۰/۰۵، ۰/۰۲، ۰/۰۱ و ۰/۰۰۵ مورد بررسی قرار گرفته است. به طور واضح، عدم قطعیت ایجاد شده توسط داده‌ها اثر خاصی بر ایزولاین‌های احتمالات شرطی دارد. در همه سناریوهای مذکور، با کاهش احتمال شرطی از ۰/۲ به ۰/۰۰۵، عدم قطعیت افزایش می‌یابد و فاصله بین باندها افزایش می‌یابد. برای مثال در $CP=0.2$ و $D=30$ ، $M=1.07$ و $CP=0.005$ ، شدتی برابر ۳ عدم قطعیت ۰/۳ است درحالی‌که در $CP=0.005$ ، عدم قطعیت ۰/۶۵ است. نکته قابل توجه دیگر اینکه با افزایش M، عدم قطعیت در هر احتمال شرطی افزایش می‌یابد. برای مثال در $CP=0.2$ عدم قطعیت در $M=0.33$ تا $M=2.87$ از ۰/۲ تا ۱/۵ افزایش می‌یابد (شکل ۷ سمت راست). این پدیده را می‌توان با ماهیت آماری رویدادهای نادر توجیه کرد. بدین مفهوم که با کاهش احتمال وقوع (مثلاً از ۰/۲ به ۰/۰۰۵)، سیستم به سمت شرایط حدی پیش می‌رود که در آن پراکندگی داده‌ها (پدیده‌های نادر خشکسالی کاهش می‌یابد) افزایش یافته و برآوردها با عدم قطعیت بیشتری مواجه می‌شوند. این موضوع توسط لی و همکاران (۲۰۲۰) نیز تأیید شده است که نشان دادند در احتمالات شرطی پایین، خطای استاندارد برآوردها تا ۴۰٪ افزایش می‌یابد.





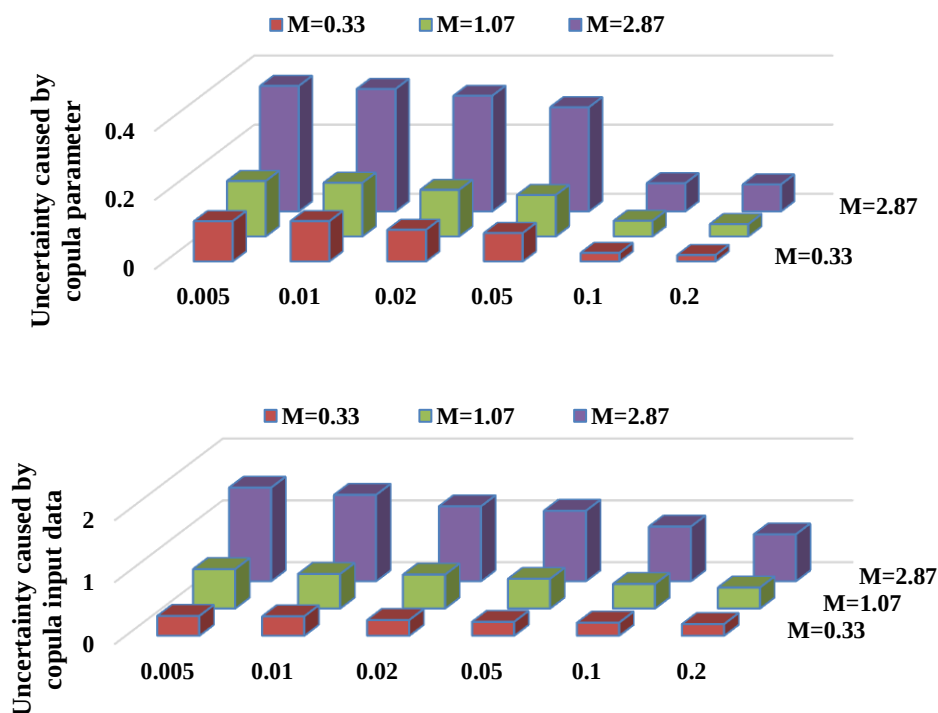
شکل ۵. باند عدم قطعیت ناشی از داده‌های ورودی مربوط به پیش‌بینی متغیر شدت به‌ازای آستانه‌های مشخص در احتمالات شرطی سه‌متغیره



شکل ۶. باند عدم قطعیت ناشی از برآورد کاپولا مربوط به پیش‌بینی متغیر شدت به‌ازای آستانه‌های مشخص در احتمالات شرطی سه‌متغیره

در مورد عدم قطعیت ناشی از پارامترهای کاپولا نیز به همین ترتیب است؛ با این تفاوت که عدم قطعیت آن به مراتب کمتر از داده‌های ورودی است (شکل ۷). این نشان می‌دهد که عدم قطعیت ناشی از داده‌های ورودی به مراتب بیشتر از پارامتر کاپولا است. به‌طوری که عدم قطعیت ناشی از داده ورودی به‌طور متوسط پنج برابر ناشی از پارامتر کاپولا است. به عبارت دیگر، بهبود کیفیت داده‌های ورودی کاپولا می‌تواند به‌طور مؤثرتری عدم قطعیت منحنی‌های سه‌بعدی تحلیل خشکسالی را کاهش دهد که با نتایج یانگ^۱ و همکاران (۲۰۱۸)، ژانگ^۲ و همکاران (۲۰۲۲) و ژو^۳ و همکاران (۲۰۱۹) همخوانی دارد.

از مهم‌ترین دلایل بالاتر بودن عدم قطعیت ناشی از داده‌های ورودی این است که JDI خود از SPI و SRI استخراج شده است که داده‌های بارش و رواناب می‌تواند به‌دلیل ناهمگنی زمانی-مکانی داده‌ها (مثلاً تغییر روش‌های اندازه‌گیری در طول زمان) منجر به ناسازگاری در سری‌های زمانی می‌شود که هرکدام خطاهای سیستماتیک خاص خود را دارند. در این تحقیق، داده‌های ایستگاه‌های باران‌سنجی و هیدرومتری با کنترل کیفیت اولیه شامل حذف مقادیر گمشده و اصلاح مقادیر پرت، و سپس ارزیابی آماره‌های نیکویی برازش مورد بررسی قرار گرفتند. طول دوره آماری ۳۰ سال مطابق استاندارد سازمان هواشناسی برای مطالعات اقلیمی در نظر گرفته شد. مطالعات ژانگ و همکاران (۲۰۲۲) نشان داده‌اند که تجمع این خطاها می‌تواند تا ۶۰ درصد از کل عدم قطعیت مدل را تشکیل دهد. همچنین از طرفی، کاپولاها برای مدل‌سازی دامنه‌های حدی (مثل خشکسالی‌های با دوره بازگشت طولانی) به‌شدت به دقت داده‌های ورودی وابسته هستند. اگرچه رابطه کاهش احتمال شرطی با کاهش شدت، انتظار منطقی است، هدف از تحلیل، برآورد کمی اثر این تغییر بر باند عدم قطعیت و تأثیرات آن بر ایزولاین‌های شدت است. پژوهش ژو و همکاران (۲۰۱۹) ثابت کرده که خطای ۱۰ درصد در داده‌های ورودی می‌تواند تا ۴۵ درصد در برآورد شدت خشکسالی‌های نادر تأثیر بگذارد. داده‌های حدی معمولاً کم‌تعداد هستند و پراکندگی بالایی دارند که این امر برآورد روابط چندمتغیره را با چالش مواجه می‌کند. تحلیل عدم قطعیت نشان داد که کاهش احتمال شرطی منجر به افزایش فاصله باندهای اطمینان و افزایش نوسان در شدت پیش‌بینی شده می‌گردد.



شکل ۷. میانگین عدم قطعیت ناشی از داده‌های ورودی و پارامترهای کاپولا مربوط به پیش‌بینی شدت به‌ازای آستانه‌های مشخص در احتمالات شرطی سه‌متغیره

1. Yang
2. Zhang
3. Zhu

نتیجه گیری

تحقیق حاضر با تمرکز بر توسعه شاخص ترکیبی هیدرواقليمی (JDI) و به کارگیری توابع کاپولا برای تحلیل چندمتغیره خشکسالی، گامی مهم در بهبود روش های پایش و پیش بینی خشکسالی در مناطق خشک و نیمه خشک مانند حوضه میناب برداشته است. یافته های این پژوهش نشان داد که شاخص های ترکیبی نسبت به شاخص های تک متغیره مزایای قابل توجهی دارند؛ از جمله اینکه شاخص های ترکیبی می توانند اثر هم زمان و تعاملی متغیرهای اقلیمی و هیدرولوژیکی را به شکلی جامع تر و دقیق تر در نظر بگیرند و به این ترتیب دید گسترده تری نسبت به وضعیت خشکسالی فراهم کنند. همچنین، استفاده از توابع کاپولا این امکان را فراهم کرد که وابستگی های پیچیده و غیرخطی میان متغیرها مدل سازی شود و برآوردهای بهتری از شدت، مدت و بزرگی خشکسالی ها صورت گیرد. در کنار این پیشرفت ها، نتایج تحلیل عدم قطعیت نشان داد که کیفیت داده های ورودی، مانند داده های بارش و رواناب، تأثیر بسیار بیشتری بر دقت پیش بینی ها دارند نسبت به عدم قطعیت ناشی از پارامترهای مدل. این موضوع اهمیت ویژه به جمع آوری داده های دقیق، به روزرسانی مستمر پایگاه داده ها و استفاده از روش های پردازش داده پیشرفته را برجسته می سازد. جمع آوری داده های دقیق، به روز و با پوشش جغرافیایی گسترده از بارش، رواناب، دما و سایر متغیرهای اقلیمی و هیدرولوژیکی، از الزامات اصلی برای کاهش عدم قطعیت ها در پیش بینی خشکسالی است. علاوه بر این، استفاده از فناوری های نوین مانند سنجش از دور، شبکه های حسگرهای خودکار و پایش آنلاین می تواند به ارتقای کیفیت داده ها کمک شایانی کند. از آنجاکه عدم قطعیت در پیش بینی خشکسالی ها می تواند موجب تصمیم گیری های نادرست شود، توسعه روش های دقیق تر برای تحلیل و کاهش عدم قطعیت ها اهمیت دارد. استفاده از روش های باز نمونه گیری مانند بوت استرپ، تحلیل حساسیت، و مدل سازی احتمالاتی باید به صورت گسترده تر در پژوهش های آینده به کار گرفته شود. همچنین، تلفیق این روش ها با مدل های پیشرفته می تواند به افزایش اعتماد به نتایج کمک کند.

References

- Azhdari, Z., Bazrafshan, O., Zamani, H., Shekari, M., & Singh, V. P. (2021). Hydro-meteorological drought risk assessment using linear and nonlinear multivariate methods. *Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C*, 123, 103046.
- Bazrafshan, O., Zamani, H., & Shekari, M. (2020). A copula-based index for drought analysis in arid and semi-arid regions of Iran. *Natural Resources Research*, 33(1), e12237.
- Bezak, N., Mikoš, M., & Šraj, M. (2014). Trivariate frequency analyses of peak discharge, hydrograph volume and suspended sediment concentration data using copulas. *Water resources management*, 28, 2195-2212.
- Chang, J., Li, Y., Wang, Y., & Yuan, M. (2016). Copula-based drought risk assessment combined with an integrated index in the Wei River Basin, China. *Journal of Hydrology*, 540, 824-834.
- Durrleman, V., Nikeghbali, A., & Roncalli, T. (2000). *A simple transformation of copulas* (Working Paper No. 48). Groupe de Recherche Opérationnelle, Crédit Lyonnais.
- Efron and R. Tibshirani. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL.
- Embrechts, P., McNeil, A., & Straumann, D. (2001). Correlation and dependence in risk management: Properties and pitfalls. In M. Dempster (Ed.), *Risk Management: Value at Risk and Beyond*, pp. 176–22.
- Eslamian Zhu SS, Hassanzadeh H, Abedi-Koupai J, Gheysari M (2012). Application of L-moments for regional frequency analysis of monthly drought indexes. *J Hydrol Eng*, 17, 32–42.
- Genest, C., & MacKay, J. (1986). The joy of copulas: Bivariate distributions with uniform marginals. *The American Statistician*, 40(4), 280–283.
- Ghasemnezhad, F., Fazeli, M., Bazrafshan, O., Parvinnia, M., & Singh, V. P. (2022). Uncertainty analysis of hydrological drought due to record length, time scale, and probability distribution functions using Monte Carlo simulation method. *Atmosphere*, 13(9), 1390.
- Ghazi, B., Salehi, H., Cheshami, M., Zeydalinejad, N., & Linh, N. T. T. (2024). Projection of climate change impact on main climate variables and assessment of the future of Köppen–Geiger climate classification in Iran. *Acta Geophysica*, 1-11.
- Hao, Z., & Aghakouchak, A. (2014). A Nonparametric Multivariate Multi-Index Drought Monitoring Framework. *Journal of Hydrometeorol.*, 15, 89–101.
- Hao, Z., & Singh, V. P. (2015). Drought characterization from a multivariate perspective: A review. *Journal of Hydrology*, 527, 668-678.
- Hu, Y., Liang, Z., Liu, Y., Wang, J., Yao, L., & Ning, Y. (2015). Uncertainty analysis of SPI calculation and drought assessment based on the application of Bootstrap. *International Journal of Climatology*, 35(8), 1847–1857.
- Kao, S. C., & Govindaraju, R. S. (2010). A copula-based joint deficit index for droughts. *Journal of Hydrology*, 380(1-2), 121-134.
- Li, Z., Shao, Q., Tian, Q., & Zhang, L. (2020). Copula-based drought severity-area-frequency curve and its uncertainty, a case study of Heihe River basin, China. *Hydrology Research*, 51(5), 867-881.
- Liu, Y., Zhu, Y., Ren, L., Yong, B., Singh, V. P., Yuan, F., ... & Yang, X. (2019). On the mechanisms of two composite methods for construction of multivariate drought indices. *Science of the Total Environment*, 647, 981-991.
- McKee T., Doesken N., & Kleist J. (1993). *The relationship of drought frequency and duration to time scales*. Proc Eighth Conference Appl Climatol, American Meteorological Society, Boston, pp. 179-184.
- Mo, K. C. (2011). Drought Onset and Recovery over the United States. *J. Geophys. Res. Atmos.*, 116, D20106.
- Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copulas*. Springer, New York.
- Pérez Navarro, M. Á., Sapes, G., Batllori, E., Serra-Diaz, J. M., Esteve, M. A., & Lloret, F. (2019). Climatic suitability derived from species distribution models captures community responses to an extreme drought episode. *Ecosystems*, 22, 77-90.
- Requena, A. I., Mediero, L., & Garrote, L. (2009). A bivariate return period based on copulas for hydrological risk analysis in a dam. *Journal of Hydrology*, 399(3–4), 196–206.
- Schmitt, J., Offermann, F., Ribeiro, A. F., & Finger, R. (2024). Drought risk management in agriculture: A copula perspective on crop diversification. *Agricultural Economics*, 55(5), 823-847.
- Shah, D., & Mishra, V. (2020). Integrated Drought Index (IDI) for Drought Monitoring and Assessment in India. *Water Resour. Res.*, 56, e2019WR026284.
- Shekari, M., Zamani, H., Bazrafshan, O., & Singh, V. P. (2023). Maximum entropy copula for bivariate drought analysis. *Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C*, 131, 103419.
- Sivapalan, M., Savenije, H. H. G., & Blöschl, G. (2012). Water cycle dynamics in a changing environment: Improving predictability through synthesis. *Water Resources Research*, 48(5), 47-72.
- Song, S., & Singh, V. P. (2010). Frequency analysis of droughts using the Plackett copula and parameter estimation by genetic algorithm. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 24(5), 783-805.

- Sun, C., Zhang, Q., & Yang, H. (2021). Multivariate drought frequency analysis using vine copulas and standardized indices. *Journal of Hydrology*, 26(14), 3847-3861.
- Svoboda, M., LeComte, D., Hayes, M., Heim, R., Gleason, K., Angel, J., Stephens, S. (2002). The drought monitor. *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, 83, 1181–1190.
- Van Loon, A. F. (2015). *Hydrological drought explained*. Wiley Interdisciplinary Reviews.
- Vergni, L., Lena, B. D., Todisco, F., & Mannocchi, F. (2017). Uncertainty in drought monitoring by the standardized precipitation index: the case study of the Abruzzo region (central Italy). *Theoretical and Applied Climatology*, 128(1), 13–26.
- Wagener, T., Sivapalan, M., Troch, P. A., & Woods, R. (2010). Rainfall-runoff modelling in a changing climate. *Hydrology and Earth System Sciences*, 14(5), 1095-1113.
- Wang, F., Wang, Z., Yang, H., Di, D., Zhao, Y., & Liang, Q. (2020). A new copula-based standardized precipitation evapotranspiration streamflow index for drought monitoring. *Journal of Hydrology*, 585, 124793.
- Yang, J., Chang, J., Wang, Y., Li, Y., Hu, H., Chen, Y., ... & Yao, J. (2018). Comprehensive drought characteristics analysis based on a nonlinear multivariate drought index. *Journal of Hydrology*, 557, 651-667.
- Zhang, Q., Yu, X., Qiu, R., Liu, Z., & Yang, Z. (2022). Evolution, severity, and spatial extent of compound drought and heat events in north China based on copula model. *Agricultural Water Management*, 273, 107918.
- Zhu, Y., Liu, Y., Wang, W., Singh, V. P., Ma, X., & Yu, Z. (2019). Three-dimensional characterization of meteorological and hydrological droughts and their probabilistic. *Water*, 2(4), 359-392.