



Online ISSN: 2423-6101

Multivariate Groundwater Quality Analysis of Qazvin Aquifer Using Archimedean & Elliptic Copula Functions

Mohammad Mofidi ¹, Farhad Hooshyaripor ², Hamid Kardan Moghaddam ³
Roohollah Noori ⁴

1. Department of Civil Engineering, SR.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran. Email: mohammad_mofidi1985@yahoo.com
2. Corresponding author, Department of Civil Engineering, SR.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran. Email: Hooshyaripor@srbiat.ac.ir
3. Assistant Professor, Water Research Institute, Ministry of Energy, Tehran, Iran. Email: Hooshyaripor@srbiat.ac.ir
4. Professor, Nanjing Institute of Geography and Limnology, Chinese Academy of Sciences. E-mail: roohollah.noori@unu.edu

Article Info

Article type:

Research Article

Article history:

Received 11 July 2026

Revised 06 August 2026

Accepted 24 August 2026

Available online 23 September 2026

Keywords:

Ghazvin Aquifer,
Joint probability,
Copula function,
Conditional return period,
Water contamination index.

ABSTRACT

Objective: Groundwater resources in arid and semi-arid regions of Iran, including the Ghazvin Aquifer, are increasingly affected by overexploitation and climate change. This study aims to provide a spatial multivariate assessment of contamination in the Ghazvin Aquifer by using the Groundwater Quality Index (GWQI) in 28 piezometers and Copula functions.

Method: Text. Text. Authors are encouraged to use AI for grammar checking to enhance derived from eleven hydrochemical parameters: Na⁺, K⁺, Mg²⁺, Ca²⁺, SO₄²⁻, Cl⁻, HCO₃⁻, pH, TDS, EC, and TH. Six copula families—Gaussian, Student's t, Clayton, Frank, Joe, and Ali-Mikhail-Haq (AMH)—were applied. The dataset included observations from 28 piezometers distributed across the Ghazvin Plain over the period 2006–2022. Using data from multiple piezometers, copula functions were employed to investigate the spatiotemporal characteristics of the contamination index across the study area.

Results: The results showed that the AMH, Clayton, and Frank copulas provided the best performance. The joint return periods, T_{AND}=11.11 years and T_{OR}=1.73 years, showed a 6.4-fold difference, confirming that univariate approaches systematically underestimate risk.

Conclusions: The findings suggest that conditional copula functions can be effectively used for probabilistic spatiotemporal assessment of groundwater contamination risk in aquifer systems

Cite this article: Mofidi, M., Hooshyaripor, F., Kardan Moghaddam, H. and Noori, R. (2026). Multivariate Groundwater Quality Analysis of Qazvin Aquifer Using Archimedean & Elliptic Copula Functions. *Journal of Ecohydrology*, 13(3), 1433-1453. <https://doi.org/10.22059/ije.2026.415928.1916>



© Mohammad Mofidi, Farhad Hooshyaripor, Hamid Kardan Moghaddam, Roohollah Noori.

Publisher: University of Tehran Press.

DOI: <https://doi.org/10.22059/ije.2026.415928.1916>

Introduction

Increasing pressures from agricultural activities, urbanization, over-extraction, and anthropogenic pollution have intensified concerns about groundwater quality (Noori et al., 2023). Water quality indices, such as the Groundwater Quality Index (GWQI), are widely used to aggregate multiple parameters and classify aquifer conditions. However, conventional index-based assessments often assume independence among monitoring wells and neglect the spatial and statistical dependence inherent in aquifer systems (Mirabbasi et al., 2012; Seifian et al., 2026). To address this limitation, multivariate probabilistic approaches like Copula functions have been increasingly adopted. Copula-based models enable estimation of joint and conditional probabilities of high-risk index values across multiple piezometers. Despite recent advances, the integrated application of GWQI, copula functions, conditional probability, and joint return periods for monitoring-network-based groundwater risk assessment remains limited. Therefore, this study aims to (1), (2), and (3) estimate joint probabilities and return periods under AND and OR scenarios to support sustainable aquifer management.

- compute GWQI for 28 piezometers in the Qazvin Plain.
- identify appropriate marginal distributions and best-fitting copulas.
- estimate joint probabilities representing the simultaneous contamination of each pair of piezometers.
- estimate return periods under AND and OR scenarios to support sustainable aquifer.

Method

Groundwater quality index

The Groundwater Quality Index (GWQI) is one of the most widely used quantitative tools for the integrated assessment of groundwater quality status. This index is a time-varying variable, which was extracted as a 16-year time series (2006–2022) for each of the 28 piezometers using below equation:

$$GWQI = \sum w_i q_i; \quad q_i = \left(\frac{C_i}{S_i} \right) \times 100; \quad w_i = \frac{1/S_i}{\sum (1/S_j)}$$

where C_i is the measured concentration of the i -th parameter (mg/L), S_i is the permissible standard value of the same parameter according to WHO guidelines, w_i is the normalized weight, with the sum of all weights equal to 1, and q_i is the quality rating of the i -th parameter. Here, 11 time-varying groundwater quality parameters (Na^+ , K^+ , Mg^{2+} , Ca^{2+} , SO_4^{2-} , Cl^- , HCO_3^- , pH, TDS, EC, TH), were used to calculate the GWQI.

Copula method framework

Copula theory provides a flexible framework for modeling the dependence structure between random variables independently from their marginal distributions (Sklar, 1959; Nelsen, 2006). According to Sklar's theorem, the joint distribution of two variables can be expressed as a copula function that links their marginal cumulative distribution functions (CDFs). For two variables X and Y with marginal distributions $F_X(x)$ and $F_Y(y)$, the joint distribution is written as:

$$F_{XY}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y))$$

where $C(\cdot)$ is the copula function describing the dependence structure between the variables.

Conditional copula functions were used for the spatial analysis of GWQI. These functions make it possible to describe the relationship between GWQI values in different wells in a probabilistic

framework. This analysis indicates the probability that, if the GWQI of piezometer i exceeds a threshold a , the GWQI of piezometer j will also reach or exceed the same threshold. Conditional probability was therefore applied to evaluate the spatial dependence of risk among the 28 piezometers. The conditional probability that variable Y exceeds a threshold y given that X exceeds a threshold x can be derived from the copula function as:

$$P(Y > y | X > x) = \frac{1 - F_X(x) - F_Y(y) + C(F_X(x), F_Y(y))}{1 - F_X(x)}$$

This formulation allows researchers to quantify how the occurrence of a critical condition at one location influences the likelihood of a similar condition at another location. In groundwater monitoring networks, conditional copulas help identify strongly connected piezometers and reveal spatial propagation patterns of contamination risk.

Joint Return Period

Return period is commonly used in hydrology to describe the expected time interval between occurrences of events exceeding a specified threshold. In multivariate analysis, joint return periods are used to evaluate the recurrence of simultaneous extreme events involving two or more variables. Using copula functions, joint return periods can be defined under different scenarios. For two variables X and Y , the AND joint return period represents the expected time interval between events where both variables simultaneously exceed their thresholds:

$$T_{AND} = \frac{1}{P(X > x, Y > y)}$$

This measure reflects the severity of simultaneous occurrences, such as contamination exceeding critical levels in two piezometers at the same time.

In contrast, the OR joint return period represents the expected interval between events where at least one of the variables exceeds its threshold:

$$T_{OR} = \frac{1}{P(X > x \cup Y > y)}$$

The OR case is often used for early warning purposes because it captures the occurrence of critical conditions in at least one monitoring point. By combining copula-based dependence modeling with joint return period analysis, it becomes possible to better assess the spatial risk of groundwater contamination and support more effective monitoring and management strategies.

Best Copula selection

For selecting the best-fit copula functions for bivariate, trivariate, and multivariate groundwater quality analysis, the optimal marginal distribution was first determined for each groundwater quality variable. Then, several types of copula functions were considered to link the corresponding marginal distributions. The copula parameters were estimated using the Inference Functions for Margins (IFM) method proposed by Joe (1997). Subsequently, the best-fit copula functions were identified using the maximum likelihood method, along with several goodness-of-fit criteria, including the Akaike

Information Criterion (AIC), Nash–Sutcliffe Efficiency (NSE), Root Mean Square Error (RMSE), and Bayesian Information Criterion (BIC).

$$AIC = -2 \ln M L + 2k$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (C_{pi} - C_{ei})^2}{\sum_{i=1}^n (C_{ei} - \overline{C_e})^2}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (C_{pi} - C_{ei})^2}{n}}$$

$$BIC = k \ln(n) - 2 \ln(L)$$

where n is the number of samples, C_p represents the calculated values obtained from the parametric copula, C_e denotes the observed probability values derived from the empirical copula, $\overline{C_e}$ is the mean of the observed probability values obtained from the empirical copula, $\ln ML$ is the maximum value of the log-likelihood function, and k is the number of fitted parameters for C_i and C_j . The most appropriate copula function is the one with the lowest RMSE value, AIC and BIC values closest to zero, and an NSE value closest to one.

Results

Based on the results, the Clayton, Frank, and AMH copulas were selected as the best-fit models. The conditional probability results reveal a significant statistical dependence between GWQI values across the aquifer. The mean conditional probability is 62%, indicating that when contamination risk occurs in one piezometer, the probability of observing a similar risk condition in the corresponding piezometer exceeds half on average. Joint return period analysis shows that the mean return period under the OR condition is 1.77 years, while under the AND condition it is 9.14 years. The considerable difference between these values arises from the distinct definitions of the two cases. In the OR case, the occurrence of contamination in at least one of the two piezometers is sufficient, leading to a higher probability of occurrence and therefore a shorter return period. In contrast, the AND case requires simultaneous contamination in both piezometers, resulting in a lower probability and thus a longer return period. Under the OR condition, return periods range narrowly between 1.71 and 1.85 years. The minimum value (1.71 years) corresponds to the W6–W10 pair, indicating that contamination in at least one of these wells occurs relatively frequently. The maximum value (1.85 years) is associated with W2–W22. The small variation in this range suggests relatively similar behavior among pairs when considering non-simultaneous events. In the AND case, return periods vary more substantially, ranging from 8.05 to 11.11 years. The shortest simultaneous return period belongs to W6–W10, indicating more frequent joint contamination events. Conversely, the longest return period (11.11 years) is observed for W2–W22, suggesting rarer simultaneous contamination despite their relatively high conditional probability.

Conclusions

○ Revision of design standards:

All water treatment facilities, storage reservoirs, and transmission pipelines designed for the Qazvin aquifer should be evaluated based on the design return period T_{AND} , rather than T_{OR} . For areas near piezometers W2 and W22, $T_{AND}=11.11$ years should be considered as the baseline design return period. This revision may require an increase in the capacity of the related facilities.

○ Integrated monitoring system:

Instead of monitoring piezometers separately, an integrated monitoring system should be designed based on A/B/C grouping. Within each group, a lead piezometer should be identified as the monitoring point that responds earlier than others to groundwater quality changes. This piezometer should be monitored with higher frequency. For Group A, W6 can be considered a candidate lead piezometer.

○ Integration into the Integrated Water Resources Management Plan:

The ratio T_{AND}/T_{OR} should be incorporated into the Integrated Water Resources Management Plan of the Qazvin Plain as a systemic risk index. This index should be recalculated every five years using updated data to monitor changes in the dependence structure of the aquifer over time.

Funding

This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

CRediT authorship contribution statement

Conceptualization, F.H. and H.K.; methodology, F.H., R.N. and H.K.; software, M.M.; validation, F.H., R.N. and H.K.; formal analysis, M.M.; investigation, M.M.; data curation, H.K. and M.M.; writing—original draft preparation, M.M., F.H. and R.N.; writing—review and editing, F.H., R.N. and H.K.; visualization, M.M. and R.N.; supervision, F.H., R.N. and H.K. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.” Please turn to the [CRediT](#) taxonomy for the term explanation. Authorship must be limited to those who have contributed substantially to the work re-reported.

Declaration of Generative AI and AI-assisted technologies in the writing process

During the preparation of this work the authors didn't use AI techniques in the writing process.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Ethical considerations

The authors avoided data fabrication, falsification, and plagiarism, and any form of misconduct.

Data availability statement

Data available on request from the authors.

Acknowledgements



Online ISSN: 2423-6101

تحلیل چندمتغیره شاخص آلودگی آبخوان قزوین با استفاده از توابع مفصل ارشمیدسی و الیتیک

محمد مفیدی^۱، فرهاد هوشیاری پور^{۲*}، حمید کاردان مقدم^۳، روح اله نوری^۴

۱. گروه مهندسی عمران، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانامه: mohammad_mofidi1985@yahoo.com

۲. نویسنده مسئول، گروه مهندسی عمران، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانامه: Hooshyaripor@srbiau.ac.ir

۳. استادیار پژوهشی، مؤسسه تحقیقات آب، وزارت نیرو، تهران، ایران. رایانامه: h.kardan@wri.ac.ir

۴. استاد، مؤسسه جغرافیا و لیمنولوژی نانجینگ، آکادمی علوم چین. رایانامه: roohollah.noori@unu.edu

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: پژوهشی	منابع آب زیرزمینی در مناطق خشک و نیمه خشک ایران، از جمله آبخوان قزوین، تحت فشار فزایندهای ناشی از بهره برداری بیش از حد و تغییرات اقلیمی قرار دارند. پژوهش حاضر با هدف ارزیابی چندمتغیره آلودگی آبخوان قزوین، با استفاده از شاخص کیفیت آب زیرزمینی بر مبنای یازده پارامتر: Na^+ ، K^+ ، Mg^{2+} ، Ca^{2+} ، SO_4^{2-} ، Cl^- ، HCO_3^- ، pH ، TDS ، EC و TH و با به کارگیری شش خانواده تابع مفصل شامل گوسی، t -استیودنت، کلایتون، فرانک، جو و AMH انجام شده است. داده های مورد استفاده مشتمل بر اطلاعات ۲۸ چاه مشاهده ای آبخوان قزوین است که طی دوره ۱۳۸۵ - ۱۴۰۱ موجود است. در این مطالعه با در اختیار داشتن اطلاعات در پیزومترهای مختلف، از توابع مفصل برای تحلیل مکانی - زمانی شاخص آلودگی در پهنه آبخوان قزوین استفاده شده است. نتایج نشان داد توابع مفصل AMH، کلایتون و فرانک در شبیه سازی ارتباط شاخص GWQI در پیزومترها، مدل های برتر هستند. دوره بازگشت توأم T_{AND} برابر ۱۱/۱۱ سال در برابر T_{OR} برابر ۱/۷۳ سال است که تفاوت ۶/۴ برابری را نشان می دهد و اثبات می کند رویکرد تک متغیره ریسک را به طور سیستماتیک دست کم می گیرد. نتایج مطالعات نشان می دهد می توان از توابع کاپولای شرطی برای تحلیل مکانی - زمانی ریسک آلودگی آبخوان به صورت احتمالاتی استفاده کرد.
تاریخچه مقاله:	
تاریخ دریافت: ۱۴۰۵/۰۴/۲۰	
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۵/۱۵	
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۶/۰۲	
تاریخ انتشار: ۱۴۰۵/۰۷/۰۱	
کلیدواژه ها:	
آبخوان قزوین،	
احتمال توأم،	
تابع مفصل،	
دوره بازگشت شرطی،	
شاخص آلودگی آب.	
استناد: مفیدی، م.، هوشیاری پور، ف.، کاردان مقدم، ح.، نوری، ر. (۱۴۰۵). تحلیل چندمتغیره شاخص آلودگی آبخوان قزوین با استفاده از توابع مفصل ارشمیدسی و الیتیک. <i>مجله اکوهیدرولوژی</i> ، ۱۳ (۳)، ۱۴۳۳-۱۴۵۳. https://doi.org/10.22059/ije.2026.415928.1916	
ناشر: انتشارات دانشگاه تهران.	© محمد مفیدی، فرهاد هوشیاری پور، حمید کاردان مقدم، روح اله نوری



۱- مقدمه و پیشینه پژوهش

آب زیرزمینی در بسیاری از کشورهای واقع در کمربند خشک و نیمه‌خشک جهان، به‌ویژه ایران، نه‌تنها رکن اصلی تأمین آب آشامیدنی، بلکه شریان حیاتی شهرها و بخش‌های اقتصادی کشاورزی و صنعت به شمار می‌رود (Taghavi et al. 2022). پژوهش‌های اخیر نشان می‌دهد ایران با نرخ تخلیه سالانه حدود $5/4$ کیلومتر مکعب از آب‌های غیرتجدیدپذیر، در شمار کشورهای با بالاترین نرخ افت آب زیرزمینی در جهان قرار دارد (Noori et al. 2021; Khorrami et al. 2024). در این میان، آبخوان قزوین با کسری مزمین سالانه‌ای حدود 103 میلیون مترمکعب و نرخ افت ایستابی $0/5$ تا $1/2$ متر در سال، از بحرانی‌ترین آبخوان‌های کشور محسوب می‌شود (Kian et al. 2022; Mofidi et al. 2025). در سال‌های اخیر، ارزیابی کیفیت آب زیرزمینی به دلیل افزایش فشارهای ناشی از توسعه کشاورزی، شهرنشینی، برداشت بی‌رویه و ورود آلاینده‌های انسانی، به یکی از موضوعات مهم در هیدروژئولوژی کاربردی تبدیل شده است (Noori et al. 2023). مطالعات متعدد نشان داده‌اند کیفیت آب زیرزمینی تحت تأثیر هم‌زمان عوامل زمین‌شناسی، هیدروشیمیایی، کاربری اراضی و فعالیت‌های انسانی قرار دارد (Tavoosi et al. 2022; Jafari-Asl et al. 2026). بنابراین، ارزیابی آن نیازمند روش‌هایی است که بتوانند چندین پارامتر کیفی را به صورت تلفیقی تحلیل کنند (Jafari-Asl et al. 2026). در این زمینه، شاخص‌های کیفیت آب به عنوان ابزارهایی کارآمد برای خلاصه‌سازی داده‌های پیچیده، طبقه‌بندی وضعیت آبخوان و شناسایی مناطق بحرانی به کار رفته‌اند (Jafari-Asl et al. 2026). برای مثال، مطالعات انجام‌شده توسط Şener و همکاران (2017) نشان داد ترکیب شاخص کیفیت آب با سامانه اطلاعات جغرافیایی می‌تواند در پهنه‌بندی مکانی کیفیت آب زیرزمینی و تعیین نواحی آسیب‌پذیر مؤثر باشد. Adimalla (2019) نشان داد استفاده از شاخص‌های کیفی در کنار ارزیابی خطر سلامت، می‌تواند تصویر دقیق‌تری از مناسب بودن آب زیرزمینی برای شرب و کشاورزی ارائه کند.

با وجود کارایی شاخص‌های ترکیبی، یکی از محدودیت‌های اصلی آن‌ها این است که اغلب ایستگاه‌ها یا چاه‌های مشاهده‌ای را به صورت مستقل در نظر می‌گیرند و وابستگی آماری و مکانی بین نقاط پایش را به طور مستقیم مدل‌سازی نمی‌کنند (Mirabbasi et al. 2012; Seifian et al. 2026). این در حالی است که در آبخوان‌های آبرفتی، تغییرات کیفیت آب در یک نقطه می‌تواند با وضعیت کیفی نقاط دیگر مرتبط باشد؛ زیرا جریان آب زیرزمینی، جهت‌گرایان هیدرولیکی، ناهمگنی رسوبات و منابع آلاینده مشترک می‌توانند سبب ایجاد وابستگی بین چاه‌های مشاهده‌ای شوند. از این رو، پژوهش‌های جدیدتر به سمت استفاده از روش‌های چندمتغیره و مدل‌های احتمالاتی برای تحلیل ساختار وابستگی حرکت کرده‌اند. در این میان، توابع کاپولا به دلیل توانایی در جداسازی توزیع‌های حاشیه‌ای از ساختار وابستگی، به عنوان ابزاری قدرتمند در تحلیل رخدادهای وابسته در منابع آب شناخته شده‌اند (Nelsen, 2006; Joe, 2014). قضیه اسکالر (Sklar 1959) تضمین می‌کند که هر توزیع توأم چندمتغیره را می‌توان از طریق توزیع‌های حاشیه‌ای و یک تابع مفصل تجزیه کرد. کاربرد کاپولا در علوم آب ابتدا بیشتر در تحلیل سیلاب، خشکسالی و رخدادهای حدی توسعه یافت (Moradzadeh et al. 2023). Favre و Genest (2007) نشان دادند کاپولاها امکان مدل‌سازی وابستگی‌های غیرخطی و نامتقارن را فراهم می‌کنند و نسبت به همبستگی خطی، انعطاف‌پذیری بیشتری در تحلیل داده‌های هیدرولوژیکی دارند. Salvadori و همکاران (2007) چارچوب نظری جامعی برای استفاده از کاپولا در تحلیل رخدادهای حدی و محاسبه دوره بازگشت توأم ارائه کردند. در ادامه، مطالعاتی مانند Kao و Govindaraju (2010) در تحلیل خشکسالی نشان دادند کاپولاها می‌توانند برای ساخت شاخص‌های ترکیبی و تحلیل هم‌وقوعی رخدادهای بحرانی مورد استفاده قرار گیرند (Shiau 2006; Kao and Govindaraju 2010). Mirabbasi و همکاران (2012) از مفصل‌های آرشمیدسی برای تحلیل خشکسالی هواشناسی استفاده کردند. در ادامه، کاربرد توابع مفصل در سایر بخش‌های مدیریت منابع آب از جمله آب‌های زیرزمینی توسعه یافت. Birjandi و همکاران (2022) طی پژوهشی توابع مفصل آرشمیدسی را برای ایجاد توزیع چندمتغیره پارامترهای کیفی آب شامل 10 پارامتر مختلف در 24 حلقه چاه مشاهداتی در آبخوان شهرکرد به کار گرفتند. نتایج حاصل از برآزش توابع مفصل نشان داد تابع مفصل جو بهترین برآزش را بر داده‌های کیفی منطقه مطالعاتی دارد. Saghaian و

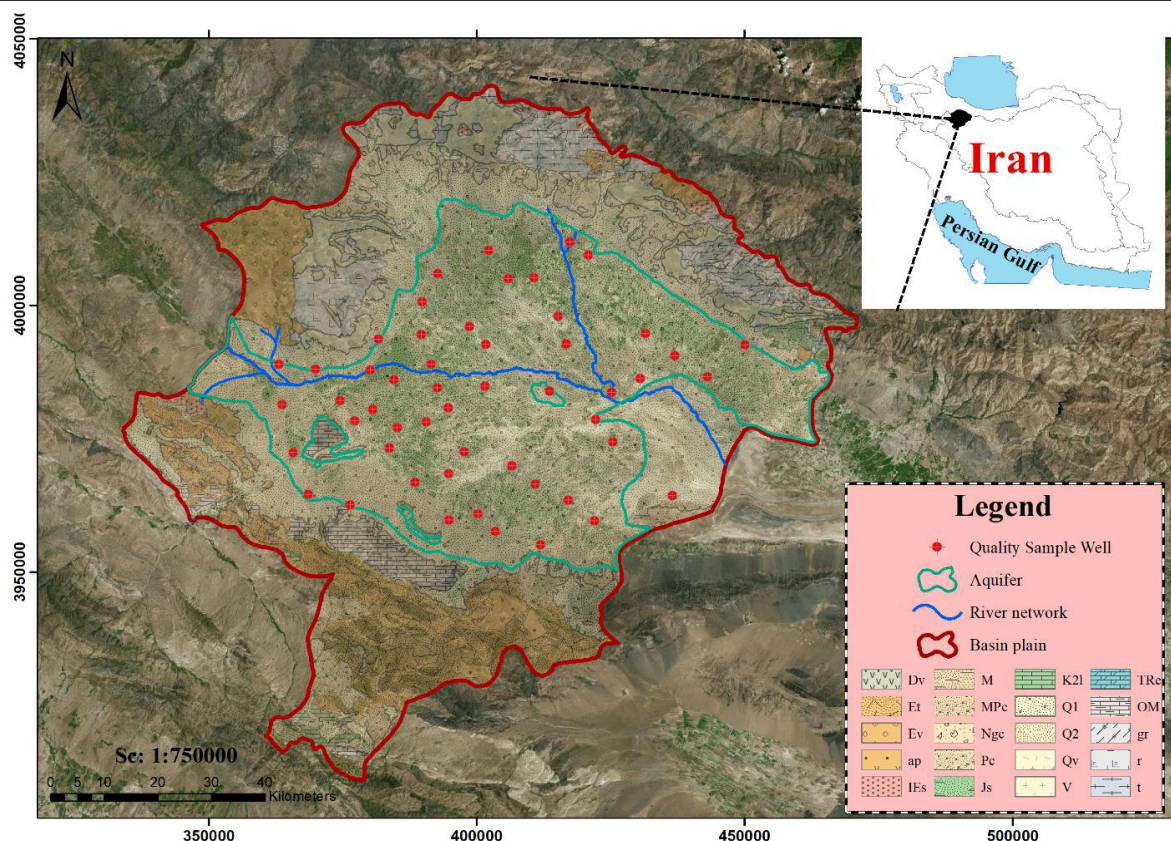
Sanginabadi (۲۰۲۰) رویکرد مفصل را برای خشکسالی آب زیرزمینی به کار بردند. Ayantobo و همکاران (۲۰۱۹) برای تحلیل خشکسالی آب زیرزمینی، مفصل‌های چهارمتغیره را در ۷ ناحیه اقلیمی چین به کار گرفتند. Seifian و همکاران (۲۰۲۶) با مفصل‌های ارشمیدسی احتمال هم‌زمانی خشکسالی هواشناسی و خشکسالی رطوبت خاک را در ۸ ناحیه اقلیمی ایران بررسی کردند. در مطالعات مربوط به کیفیت آب زیرزمینی، اهمیت کاپولا زمانی بیشتر می‌شود که هدف، بررسی احتمال وقوع هم‌زمان یا شرطی مقادیر بالای شاخص ریسک در چند چاه مشاهده‌ای باشد. یکی دیگر از جنبه‌های مهم مطالعات جدید، استفاده از احتمال شرطی و دوره بازگشت توأم برای ارزیابی شاخص است. Serinaldi (۲۰۱۵) تأکید کرد که مفهوم دوره بازگشت در رخدادهای چندمتغیره باید با دقت تفسیر شود، زیرا تعاریف مختلفی مانند حالت‌های AND و OR می‌توانند نتایج مدیریتی متفاوتی ایجاد کنند. در زمینه آب زیرزمینی، این موضوع اهمیت ویژه‌ای دارد؛ زیرا وقوع آلودگی در حداقل یکی از چاه‌های مشاهده‌ای می‌تواند برای سامانه هشدار سریع مهم باشد، در حالی که وقوع هم‌زمان آلودگی در چند چاه مشاهده‌ای نشان‌دهنده شرایط بحرانی‌تر و نیازمند تصمیم‌گیری محافظه‌کارانه‌تر است (Wainwright et al. 2018).

به طور کلی، مرور مطالعات نشان می‌دهد روند پژوهش‌های اخیر از ارزیابی‌های تک‌نقطه‌ای و توصیفی به سمت تحلیل‌های وابسته، احتمالاتی و مکانی حرکت کرده است. در این میان، مشاهده می‌شود که ترکیب شاخص‌هایی مانند شاخص کیفیت آب زیرزمینی (GWQI)^۱ با توابع کاپولا، احتمال شرطی و دوره بازگشت توأم که می‌تواند چارچوبی کارآمد برای شناسایی پیرومترهای کلیدی، تحلیل انتشار مکانی آلودگی، بهینه‌سازی شبکه پایش و پشتیبانی از مدیریت پایدار آبخوان فراهم کند، در مطالعات قبلی استفاده نشده است. بر این اساس، پژوهش حاضر با چهار هدف مشخص طراحی شده است: (۱) محاسبه شاخص آلودگی GWQI و تعیین بهترین توزیع حاشیه‌ای در ۲۸ چاه مشاهده‌ای آبخوان قزوین؛ (۲) برازش و مقایسه توابع مفصل مختلف برای مدل‌سازی ساختار وابستگی بین چاه‌های مشاهده‌ای؛ (۳) محاسبه توزیع توأم که معرف آلودگی هم‌زمان هر جفت چاه مشاهده‌ای است؛ (۴) استخراج دوره‌های بازگشت توأم AND و OR.

۱-۱. منطقه مطالعاتی

آبخوان قزوین با مساحتی حدود ۳۵۴۴ کیلومتر مربع در شمال غرب فلات مرکزی ایران، میان مختصات جغرافیایی ۳۵°۴۵' تا ۳۰°۳۶' عرض شمالی و ۴۹°۳۵' تا ۵۰°۵۵' طول شرقی واقع شده است. در شکل ۱ موقعیت آبخوان قزوین نشان داده شده است. اقلیم منطقه از نوع نیمه‌خشک سرد (BSk) با میانگین بارش سالانه ۲۸۰ — ۳۵۰ میلی‌متر در برابر تبخیر بالقوه بیش از ۱۶۰۰ میلی‌متر است.

آبخوان با کسری مزمن سالانه ۱۰۳ میلیون مترمکعب و نرخ افت ایستابی ۰/۵ تا ۱/۲ متر در سال، در شمار بدترین آبخوان‌های جهان از نظر تخلیه قرار دارد (مفیدی و همکاران ۱۴۰۴). از نظر زمین‌شناختی، آبخوان قزوین یک آبخوان آبرفتی است که رسوبات آن عمدتاً از مواد آبرفتی دوره‌های کواترنری شامل گراول، ماسه، سیلت و رس تشکیل شده است. عمق آب زیرزمینی در نواحی مختلف آبخوان از کمتر از ۵ متر در نواحی مرکزی تا بیش از ۵۰ متر در مناطق کوهپایه‌ای متغیر است. چاه‌های مشاهداتی این پژوهش شامل ۲۸ چاه مشاهده‌ای (W1...W28) است که به صورت نسبتاً یکنواخت در سطح آبخوان توزیع شده‌اند. داده‌های کمی و کیفی از شرکت سهامی آب منطقه‌ای قزوین برای دوره ۱۳۸۵ - ۱۴۰۱ تهیه شده است.



شکل ۱. موقعیت جغرافیایی و محدوده آبخوان قزوین

۲- روش پژوهش

با جمع آوری اطلاعات پارامترهای کیفی آب از ۲۸ چاه مشاهده‌ای یادشده، سری زمانی شاخص کیفیت آب زیرزمینی برای هر چاه محاسبه می‌شود. با در اختیار داشتن این سری، توزیع‌های حاشیه‌ای مختلف روی داده‌های برازش داده شده و با توجه به بهترین توزیع‌های آماری به‌دست‌آمده، از توابع مفصل برای تعیین همبستگی مکانی بین چاه‌های مشاهداتی استفاده می‌شود. در ادامه، روش انجام کار به صورت گام‌به‌گام توضیح داده می‌شود.

۲-۱. شاخص کیفیت آب زیرزمینی

شاخص کیفیت آب زیرزمینی (GWQI) از پرکاربردترین ابزارهای کمی برای ارزیابی یکپارچه وضعیت کیفی آب زیرزمینی است. این شاخص یک متغیر پویای زمانی است که به صورت سری زمانی ۱۶ ساله (۱۳۸۵ – ۱۴۰۱) برای هر یک از ۲۸ چاه مشاهده‌ای از رابطه ۲ استخراج شده است: متن پاراگراف.

$$GWQI = \sum w_i q_i \quad (1)$$

$$q_i = \left(\frac{C_i}{S_i} \right) \times 100 \quad (2)$$

$$w_i = \frac{1/S_i}{\sum (1/S_j)} \quad (3)$$

که در آن: C_i غلظت اندازه‌گیری‌شده پارامتر i -ام بر حسب mg/L ; S_i مقدار استاندارد مجاز همان پارامتر طبق WHO؛ w_i وزن نرمال‌شده (مجموع=۱)؛ q_i رتبه کیفیت پارامتر i -ام. در این مقاله از ۱۱ پارامتر کیفی متغیر در زمان به شرح جدول ۱ برای محاسبه GWQI استفاده شده است. با توجه به مقدار شاخص GWQI، شرایط کیفیت آب آبخوان در ۵ دسته به شرح جدول ۲ قابل تقسیم‌بندی است.

جدول ۱. پارامترهای کیفی مورد استفاده در محاسبه GWQI و استانداردهای مرجع

پارامتر کیفی	نماد	حد مجاز mg/L WHO	اهمیت بهداشتی و اکولوژیکی
سدیم	NA	۲۰۰	شاخص شوری؛ اثر بر فشار خون؛ فساد خاک کشاورزی
پتاسیم	K^+	۱۲	تعیین‌کننده تبادل کاتیونی خاک؛ اثر قلیائیت
منیزیم	Mg	۱۵۰	بخشی از سختی آب؛ اثر ملین در غلظت بالا
کلسیم	Ca^{2+}	۲۰۰	بخش اصلی سختی آب؛ رسوب‌گذاری در لوله‌ها
سولفات	SO_4^{2-}	۵۰۰	طعم و بوی نامطبوع؛ اثر ملین؛ خوردگی لوله‌ها
کلرید	Cl^-	۶۰۰	شاخص شوری و آلودگی صنعتی؛ اثر خوردگی
بی‌کربنات	HCO_3^-	۲۵۰	بافر قلیائیت؛ رسوب‌گذاری کلسیت؛ طعم نمکی
اسیدیته	pH	۸.۵	شاخص خوردگی/رسوب‌گذاری؛ اثر بر حلالیت فلزات
کل جامدات محلول	TDS	۱۵۰۰	کیفیت کلی آب شرب؛ بیانگر میزان نمک‌های محلول
هدایت الکتریکی	EC	۱۵۰۰	شاخص یونیزاسیون؛ همبسته با TDS و شوری
سختی کل	TH	۵۰۰	ترکیب Ca^{2+} و Mg^{2+} ؛ رسوب‌گذاری و مشکلات صنعتی

جدول ۲. طبقه‌بندی کیفیت آب زیرزمینی بر اساس شاخص GWQI (Vasanthavigar et al. 2010)

قابلیت مصرف	کلاس کیفیت	محدوده GWQI
کاملاً مناسب برای شرب، آبیاری و صنعت	عالی (Excellent)	$50 >$
مناسب برای اکثر مصارف با پایش دوره‌ای	خوب (Good)	$50-100$
نیازمند تصفیه برای شرب؛ قابل استفاده برای آبیاری	ضعیف (Poor)	$100-200$
نامناسب برای شرب؛ محدودیت جدی در آبیاری	بسیار ضعیف (Very Poor)	$200-300$
نیاز به تصفیه کامل؛ خطر جدی بهداشتی	نامناسب (Unsuitable)	$300 <$

۲-۲. چارچوب تحلیل شاخص آلودگی با توابع مفصل

برای تحلیل مکانی GWQI، از توابع مفصل شرطی استفاده می‌شود. این ابزار کمک می‌کند ارتباط GWQI در چاه‌ها را به صورت احتمالاتی تبیین کرد. این تحلیل می‌تواند نشان دهد اگر GWQI چاه مشاهده‌ای i از آستانه a عبور کند، با چه احتمالی چاه مشاهده‌ای j نیز به حد آستانه می‌رسد. احتمال شرطی برای ارزیابی وابستگی مکانی ریسک در ۲۸ چاه مشاهده‌ای استفاده می‌شود.

۲-۲-۱. برازش توزیع‌های حاشیه‌ای

پنج خانواده توزیع آماری — نرمال، لوگ‌نرمال، نمایی، گاما و ویبول — با روش MLE بر سری‌های GQRI برازش داده شدند. برای این کار از روش کلموگروف-(K-S) به شرح آماره زیر استفاده شد:

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)| \quad (4)$$

که در آن D_n آماره K-S بیشترین انحراف مطلق میان توزیع تجربی $F_n(x)$ و توزیع نظری $F(x)$ ؛ $\sup_x$ کران بالا؛ مقادیر D_n کوچک‌تر نشان‌دهنده برازش بهتر.

۲-۲-۲. تئوری توابع مفصل

بر اساس قضیه اسکالر، هر تابع توزیع توأم پیوسته دومتغیره به طور یکتا از طریق یک تابع مفصل C بیان می‌شود:

$$F_{XY}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y)) \quad (5)$$

که در آن $F_{XY}(x, y)$ تابع توزیع تجمعی توأم دومتغیره برای متغیرهای تصادفی X و Y و C تابع مفصل — تابعی از $[0, 1]^2$ به $[0, 1]$ که ساختار وابستگی را مستقل از حاشیه‌ها کدگذاری می‌کند، $F_X(x)$ تابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای متغیر X و $F_Y(y)$ تابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای متغیر Y. در جدول ۳ خلاصه توابع مفصل مورد استفاده در این مقاله ارائه شده است.

جدول ۳. روابط و ویژگی‌های ساختاری توابع مفصل مورد استفاده در پژوهش

نام مفصل	معادله $C(u, v)$	محدوده θ/ρ	نوع وابستگی
کلاتون	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$	$\theta \geq 0$	دنباله پایین
فرانک	$\frac{-1}{\theta} \ln(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1})$	$\theta \neq 0$	مقارن کامل
جو	$1 - [(1-u)^\theta + (1-v)^\theta - (1-u)^\theta (1-v)^\theta]^{1/\theta}$	$\theta \geq 1$	دنباله بالا
علی میکائیل حق	$uv/[1 - \theta(1-u)(1-v)]$	$-1 < \theta \leq 1$	ضعیف - متوسط
گوسی	$\Phi_2(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v); \rho)$	$-1 < \rho \leq 1$	مقارن خطی
t-استیودنت	$T_{-}\{v, 2\}(T_{-}^{-1}(u), T_{-}^{-1}(v); \rho)$	$-1 < \rho \leq 1, v > 0$	دنباله دوطرفه

۲-۲-۳. تعیین تابع مفصل برتر و ضرایب همبستگی

برای انتخاب توابع مفصل برتر جهت تحلیل دو و سه متغیره کیفیت آب زیرزمینی به ترتیب زیر عمل شد: بعد از تعیین توزیع حاشیه‌ای برتر برای هر یک از متغیرهای کیفی، چند نوع تابع مفصل مختلف برای پیوند این دو توابع حاشیه‌ای در نظر گرفته و پارامتر تابع مفصل با روش توابع منطقی برای حاشیه‌ها (IFM) که توسط Joe (۱۹۹۷) پیشنهاد شده است، برآورد شد. بر اساس مطالعاتی که توسط Ayantobo و همکاران (۲۰۱۹) انجام گرفت، جهت تعیین توابع مفصل برتر علاوه بر روش حداکثر درست‌نمایی از معیار آکائیکه (AIC) (رابطه ۴)، نش — ساتکلیف (NSE) (رابطه ۵)، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) (رابطه ۶) و معیار اطلاعات بیزین (BIC) (رابطه ۷) استفاده شد.

$$AIC = -2 \ln M L + 2k \quad (6)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (C_{pi} - C_{ei})^2}{\sum_{i=1}^n (C_{ei} - \bar{C}_e)^2} \quad (7)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (C_{pi} - C_{ei})^2}{n-1}} \quad (8)$$

$$BIC = k \ln(n) - 2 \ln(L) \quad (9)$$

که در آن‌ها، n تعداد نمونه، C_p مقادیر محاسبه‌شده مفصل پارامتری، C_e مقادیر مشاهداتی احتمال به‌دست‌آمده از مفصل تجربی، $\bar{C}_e$ میانگین مقادیر مشاهداتی احتمال به‌دست‌آمده از مفصل تجربی، $\ln ML$ مقدار بیشینه تابع لگاریتم درست‌نمایی و

k تعداد پارامترهای برازش داده شده C_i و C_j هستند. تابع مفصلی مناسب تر است که مقدار RMSE آن کمتر و معیار آکائیکه (AIC) و معیار (BIC) آن به صفر و مقدار نش - ساتکلیف (NSE) آن به یک نزدیک تر باشد.

پس از انتخاب تابع مفصل مناسب، توزیع دوم متغیره مشخصه های کیفی ایجاد و با استفاده از مقادیر احتمال توأم و تجربی و دوره بازگشت های توأم حالت AND و OR در ادامه محاسبه شد. شرط استفاده از توابع مفصل وجود همبستگی بین متغیرهای مورد بررسی است. برای بررسی وجود همبستگی می توان از ضریب تاو کندال (رابطه ۱۱) و ضریب همبستگی پیرسون (رابطه ۱۲) استفاده کرد. ضریب راو اسپیرمن یک ضریب ناپارامتری است و مبین درجه تطابق بین دو متغیر بوده و مانند تاو کندال در مجموعه ای از داده ها محاسبه می شود. τ کندال یک ضریب همبستگی رتبه ای است که برای تعیین معیار وابستگی بین متغیرهای تصادفی و برای اندازه گیری درجه تطابق بین مشاهدات جفتی به کار گرفته می شود. براساس این ضریب مشخص می شود کدام یک از مشاهدات جفتی شرایط لازم برای تحلیل چندمتغیره با استفاده از توابع مفصل را دارند.

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (d_i)^2}{n(n^2 - 1)} \quad (10)$$

$$\tau = \left(\frac{n}{2} \right)^{-1} \sum_{1 \leq i \leq j \leq n} \text{sgn}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] \quad (11)$$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (12)$$

محدوده ضریب τ کندال در بازه $[-1, 1]$ است که ۱ همگامی کامل بین دو متغیر، ۰ - ناهمگامی کامل و مقدار صفر، همگامی صفر را بیان می کنند. در روابط یاد شده n تعداد نمونه، x_i مقادیر محاسبه شده مفصل پارامتری، y_i مقادیر مشاهداتی احتمالی به دست آمده از مفصل تجربی و $\bar{y}$ میانگین مقادیر مشاهداتی احتمالی به دست آمده از مفصل تجربی، و d_i اختلاف بین رتبه های x_i و y_i است (Nelsen, 2006).

۲-۲-۴. تعیین تابع مفصل برتر و ضرایب

اگر هدف بررسی احتمال وقوع یک متغیر در حالت فرضی تجاوز متغیر دیگر از آستانه خاصی باشد، می توان با روابط احتمالات شرطی مقدار آن را محاسبه کرد (Shiau, 2006). در تحلیل کیفی، احتمال شرطی توزیع غلظت متغیر x در حالتی که از حد آستانه معین x ، تجاوز کند از رابطه ۱۱ به دست می آید (Shiau, 2006).

$$P(Y \leq y | X \geq x) = \frac{F_Y(y) - C(F_X(x), F_Y(y))}{1 - F_X(x)} \quad (13)$$

تحلیل فراوان دومتغیره در مورد دو متغیر همبسته، به کمک دوره بازگشت توأم تعریف می شود. برای به دست آوردن دوره بازگشت های دومتغیره توأم وابسته با استفاده از توابع مفصل می توان از احتمال تجاوز عطفی یا فصلی استفاده کرد.

$$T_{XY} = \frac{\mu_T}{P(X > x \text{ AND } Y > y)} = \frac{\mu_T}{1 - F_X(x) - F_Y(y) + C(F_X(x), F_Y(y))} \quad (14)$$

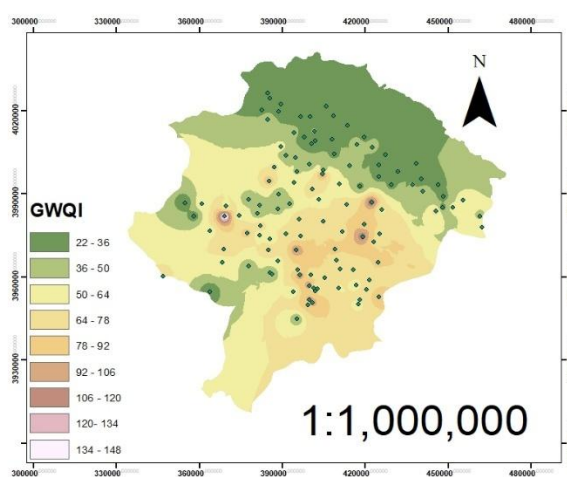
$$T_{XY} = \frac{\mu_T}{P(X > x \text{ OR } Y > y)} = \frac{\mu_T}{1 - C(F_X(x), F_Y(y))} \quad (15)$$

که در آن، μ_T متوسط زمان بین مشاهده یکسان متوالی بر حسب سال است که مقدار آن برای داده‌های بیشینه سالانه، برابر یک سال است یا عبارتی برای مطالعاتی به غیر از مطالعات خشکسالی آن را ۱ در نظر می‌گیرند. T_{XY} دوره بازگشت توأمی است که در آن جفت مشاهده‌شده از X و Y هم از x و هم از y تجاوز نکرده باشد (یعنی، $Y > y$ و $X > x$) (Shiau, 2006). بر اساس توضیحات بالا، مقدار $C(u, v)$ که تابع مفصل در نقطه (u, v) اختیار می‌کند، دقیقاً برابر است با احتمال اینکه شاخص $GWQI$ هر دو چاه مشاهده‌ای به طور هم‌زمان زیر آستانه بحران باشند. بنابراین، محاسبه Joint CDF توسط تابع مفصل، معادل مستقیم محاسبه ریسک توأم دو چاه مشاهده‌ای است. T_{OR} دوره بازگشت حالت (OR) (حداقل یکی بحرانی)؛ T_{AND} دوره بازگشت حالت (AND) (هر دو هم‌زمان بحرانی)؛ $\mu_T = 1$ سال.

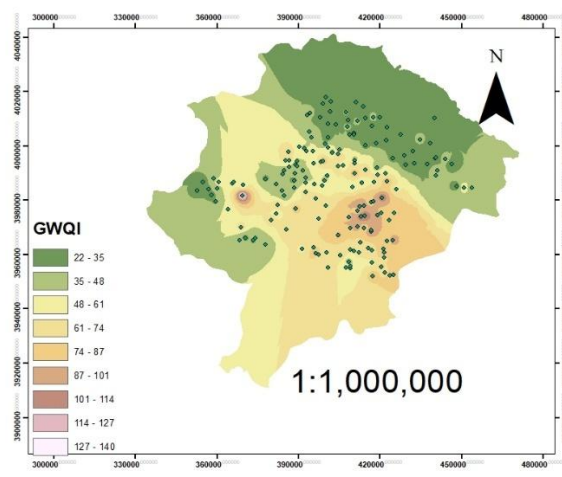
۳- نتایج پژوهش و بحث

۳-۱. توزیع مکانی شاخص $GWQI$

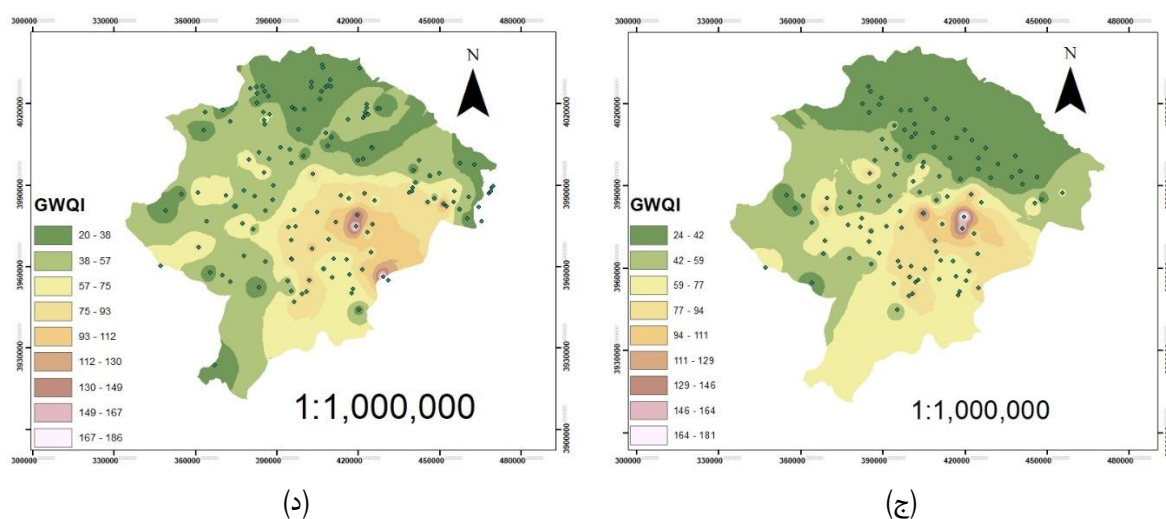
با استفاده از رابطه ۲، مقدار ماهانه $GWQI$ محاسبه شده است. این شاخص بر مبنای Na^+ ، K^+ ، Mg^{2+} ، Ca^{2+} ، SO_4^{2-} ، Cl^- ، HCO_3^- ، pH ، TDS ، EC و TH در دوره ۱۳۸۵ — ۱۴۰۱ محاسبه شده و به عنوان نمونه نتایج مربوط به فروردین سال‌های ۱۳۸۵، ۱۳۹۰، ۱۳۹۸ و ۱۴۰۱ در شکل ۴ ارائه شده است. شکل ۴ بیانگر آن است که محدوده‌های شمالی نسبت به مناطق جنوبی از وضعیت بسیار بهتری برخوردارند. اگرچه مناطق جنوبی و شرقی از نظر شاخص $GWQI$ در کلاس «ضعیف» تا «بسیار ضعیف» قرار دارند. افزایش غلظت یون‌های Na^+ ، Cl^- و TH در این نواحی ناشی از فرایندهای تبخیر و انحلال رسوبات تبخیری است که در آبخوان‌های قزوین شایع است. از طرفی، مقایسه شکل ۴الف تا ۴د نشان‌دهنده روند صعودی شاخص $GWQI$ است. به نحوی که محدوده با شاخص $GWQI$ برابر ۲ تا ۳۵ (سبز پررنگ) در شکل ۴د بسیار محدودتر شده و فراوانی مقادیر بزرگ‌تر $GWQI$ در سال‌های انتهایی بیشتر شده است. همچنین، با توجه به شکل ۴الف تا ۴د بیانگر این است که در سال ۱۳۸۵ بیشترین مقدار شاخص ۱۴۰ و در سال‌های بعد به ترتیب به ۱۴۸، ۱۸۱ و ۱۸۶ افزایش یافته است. این روند افزایشی بیانگر تنزل کیفیت کلی آبخوان از سال ۱۳۸۵ تا ۱۴۰۱ است.



(ب)



(الف)



شکل ۲. نقشه پهنه‌بندی شاخص GWQI در دشت قزوین مربوط به فروردین سال‌های الف (۱۳۸۵، ب) (۱۳۹۰، ج) (۱۳۹۸ و د) (۱۴۰۱)

۳-۲. برازش توزیع‌های حاشیه‌ای

مطابق نتایج آزمون K-S که برخی از آن‌ها در جدول ۴ آمده است، توزیع LogNormal در بیش از ۵۰ درصد چاه‌های مشاهده‌ای به عنوان توزیع برتر شناسایی شد. برازش توزیع فقط روی سری زمانی GWQI (۱۳۸۵ - ۱۴۰۱) انجام شده است.

جدول ۴. نتایج آزمون نیکویی برازش K-S برای چاه‌های نمونه آبخوان قزوین

نماد چاه مشاهده‌ای	n	توزیع برتر	K-S برتر	K-S (Normal)	K-S (Weibull)
W1	16	Weibull	0.0717	0.085	0.717
W2	16	LogNormal	0.15	0.204	0.278
W3	16	Normal	0.102	0.102	0.142
W4	16	LogNormal	0.156	0.176	0.248
W5	16	LogNormal	0.147	0.161	0.185

طبق جدول ۴ از ۵ چاه ارائه شده ۳ چاه و در ۲۸ چاه مشاهده‌ای موجود، ۱۵ چاه مشاهده‌ای توزیع لوگ نرمال دارند که با نتایج این جدول همخوانی خوبی دارد.

۳-۳. تحلیل همبستگی مکانی (تاو کندال)

ضرایب همبستگی پیرسون، راو اسپیرمن و تاو کندال برای ۲۸ چاه مشاهده‌ای محاسبه شد. نتایج برای ۵ چاه مشاهده‌ای به عنوان نمونه در جدول ۵ ارائه شد. مقادیر ضریب تاو کندال برای متغیر GQRI بین ۵ چاه مشاهده‌ای مختلف به صورت دو به دو در قالب ماتریس همبستگی در جدول ۵ ارائه شده است. همان گونه که مشاهده می‌شود، بیشترین میزان ضریب تاو کندال مربوط به جفت چاه مشاهده‌ای W2 و W22 با ضریب تاو کندال ۰/۸۸۸ و کمترین آن مربوط به جفت چاه مشاهده‌ای W3 و W10 با ضریب تاو کندال ۰/۲۹۸ است. درخور یادآوری است تحلیل روی سری زمانی GQI با استفاده از پارامترهای K^+ ، Mg^{2+} ، Ca^{2+} ، SO_4^{2-} ، Cl^- ، HCO_3^- ، pH ، TDS ، EC ، TH در دوره ۱۳۸۵ - ۱۴۰۱ انجام شده است. همبستگی بسیار بالای $\tau = ۰/۸۸۸$ در جفت W2-W22 (بخش مرکزی دشت) نشان‌دهنده ارتباط هیدرولیکی تنگاتنگ است.

جدول ۵. نمونه‌ای از ماتریس تاو کندال باری شاخص GWQI در جفت چاه‌های منتخب

چاه مشاهده‌ای	W1	W2	W3	W6	W10	W20	W22
W1	1.000	0.412	0.389	0.527	0.348	0.463	0.612
W2	0.412	1.000	0.356	0.445	0.512	0.597	0.888
W3	0.389	0.356	1.000	0.503	0.298	0.421	0.537
W6	0.527	0.445	0.503	1.000	0.413	0.481	0.714
W22	0.612	0.888	0.537	0.714	0.531	0.603	1.000

۳-۴. انتخاب و ارزیابی توابع مفصل

در ادامه برازش ۶ تابع مفصل مختلف (شامل کلایتون، علی — میتانیل — حق، فرانک، گوسی، t -استیودنت، و جو) را برای ایجاد توزیع دومتغیره بین جفت چاه مشاهده‌ای‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج مفصل برتر مربوط به برخی چاه‌ها در جدول ۶ ارائه شده است. این جدول نشان می‌دهد وابستگی دومتغیره شاخص آلودگی آب زیرزمینی GWRI بین زوج چاه مشاهده‌ای‌های مختلف، الگوی یکنواختی ندارد و برای هر زوج، تابع کاپولای متفاوتی بهترین برازش را ارائه کرده است. در این تحلیل، معیارهای AIC، BIC، RMSE و ضریب τ کندال برای ارزیابی عملکرد مدل‌ها استفاده شده‌اند. به طور کلی، مقادیر کمتر AIC، BIC و RMSE نشان‌دهنده برازش مناسب‌تر تابع کاپولا و مقدار τ بیانگر شدت وابستگی بین دو چاه مشاهده‌ای است. بر اساس نتایج، سه تابع Frank، Clayton و AMH به عنوان مدل‌های برتر انتخاب شده‌اند. یافته‌های این پژوهش از چند منظر با مطالعات پیشین همخوانی دارد. Bîrjandi و همکاران (۲۰۲۲) در تحلیل کیفیت آب آبخوان شهرکرد نیز توابع آرشمیدسی را برتر یافتند. Mirabbasi و همکاران (۲۰۱۲) مفصل کلایتون را برای وابستگی دنباله پایین مناسب یافتند. کاپولای کلایتون برای برخی زوج‌ها مانند W1-W6، W1-W22 و W6-W10 مناسب‌تر بوده است. انتخاب این تابع می‌تواند بیانگر وجود وابستگی در بخش‌های پایین‌تر توزیع یا شرایط ریسک کمتر تا متوسط باشد. در میان این گروه، زوج W1-W22 با مقدار $\tau = 0.612$ وابستگی نسبتاً قوی‌تری نشان می‌دهد. کاپولای فرانک برای زوج‌هایی مانند W2-W4، W3-W6، W6-W20 و W2-W22 انتخاب شده است. این تابع معمولاً وابستگی متقارن‌تری را در کل دامنه داده‌ها توصیف می‌کند. مقادیر τ در این گروه نشان‌دهنده وابستگی متوسط تا نسبتاً قوی است و زوج W2-W22 با $\tau = 0.603$ اهمیت قابل توجهی دارد. تابع AMH نیز برای زوج‌های مرتبط با W22، از جمله W3-W22 و W10-W22، انتخاب شده است. تکرار حضور چاه مشاهده‌ای W22 نشان می‌دهد این نقطه در ساختار مکانی شاخص آلودگی نقش مهمی دارد. همچنین مقدار بالای $\tau = 0.888$ برای یکی از زوج‌های مرتبط با W22 قوی‌ترین وابستگی جدول را نشان می‌دهد. به طور کلی، پایین بودن RMSE در همه مدل‌ها بیانگر دقت مناسب توابع منتخب است و نتایج، کارایی رویکرد کاپولا را برای تحلیل وابستگی مکانی GWQI تأیید می‌کند.

از نظر نوع تابع کاپولا، استفاده از مدل‌های Frank، Clayton و AMH نشان می‌دهد ساختار وابستگی بین چاه مشاهده‌ای‌ها یکنواخت نیست و برای هر زوج، تابع متفاوتی توانسته رفتار مشترک داده‌ها را بهتر توصیف کند. این مسئله اهمیت استفاده از توابع کاپولا را در تحلیل شاخص آلودگی آب زیرزمینی تأیید می‌کند، زیرا این روش امکان مدل‌سازی وابستگی‌های غیرخطی و نامتقارن بین نقاط مختلف آبخوان را فراهم می‌سازد.

جدول ۶. توابع مفصل برتر و معیارهای نکویی برازش برای ۱۰ جفت چاه منتخب

جفت چاه مشاهده‌ای	مفصل برتر	AIC	BIC	RMSE	τ	نوع وابستگی
W1-W6	Clayton	8.1-	7.4-	0.031	0.527	دنباله پایین
W1-W22	Clayton	9.3-	8.7-	0.029	0.612	دنباله پایین
W2-W6	Frank	6.5-	5.9-	0.038	0.445	متقارن کامل
W2-W22	AMH	11.2-	10.8-	0.027	0.888	متوسط متقارن
W3-W6	Frank	6.8-	6.1-	0.035	0.381	متقارن کامل
W3-W22	AMH	8.9-	8.3-	0.031	0.503	متوسط متقارن
W6-W10	Clayton	7.2-	6.5-	0.033	0.413	دنباله پایین
W6-W20	Frank	7.8-	7.1-	0.033	0.481	متقارن کامل
W10-W22	AMH	9.6-	9.0-	0.028	0.531	متوسط متقارن

اکوهیدرولوژی، دوره ۱۳، شماره ۳، ۱۴۰۵						۱۴۴۸
مقارن کامل	0.603	0.030	7.8-	8.4-	Frank	W20-W22

۳-۵. احتمالات شرطی و دوره بازگشت (آستانه ۷۰ درصد)

یکی از مفاهیم کاربردی که می‌توان از توابع مفصل استخراج کرد، احتمال شرطی است. برای این منظور، با در نظر گرفتن دو به دو چاه مشاهده‌ای‌ها، دوره بازگشت شرطی آن‌ها محاسبه و بررسی شد که در این مقاله نتایج مربوط به احتمال شرطی ۱۰ جفت چاه مشاهده‌ای در جدول ۷ ارائه شده است. نتایج احتمال شرطی در ستون ۴ جدول ۷ آمده است. این نتایج نشان می‌دهد بین مقادیر شاخص کیفیت آب زیرزمینی در چاه مشاهده‌ای‌های مختلف آبخوان، وابستگی آماری قابل توجهی وجود دارد. مقدار میانگین احتمال شرطی در جدول برابر با ۶۲ درصد است که بیانگر آن است که در صورت وقوع شرایط ریسک آلودگی در یک چاه مشاهده‌ای، احتمال وقوع وضعیت مشابه در چاه مشاهده‌ای متناظر، به طور متوسط بیش از نیمی از موارد است. این موضوع می‌تواند نشان‌دهنده وجود پیوستگی هیدروژئولوژیکی، مسیرهای انتقال مشترک آلاینده، یا تأثیرپذیری هم‌زمان چاه مشاهده‌ای‌ها از منابع آلاینده مشابه باشد. بیشترین مقدار احتمال شرطی مربوط به زوج چاه مشاهده‌ای W2-W22 با مقدار ۶۵/۶ درصد است. این مقدار بیانگر وابستگی قوی‌تر بین این دو نقطه است و نشان می‌دهد تغییرات ریسک آلودگی در یکی از این چاه مشاهده‌ای‌ها می‌تواند شاخص مناسبی برای پیش‌بینی وضعیت ریسک در چاه مشاهده‌ای دیگر باشد. پس از آن، زوج‌های W10-W22 و W3-W22 به ترتیب با احتمال‌های شرطی ۶۳/۹ و ۶۲/۹ درصد قرار دارند. تکرار حضور چاه مشاهده‌ای W22 در میان زوج‌های دارای احتمال شرطی بالا می‌تواند نشان دهد این چاه مشاهده‌ای در محدوده‌ای قرار دارد که از نظر انتقال یا دریافت آلودگی نقش مهم‌تری در سامانه آبخوان دارد. از آن طرف کمترین مقدار احتمال شرطی مربوط به زوج W6-W10 با مقدار ۶۹/۳ درصد است. با وجود آنکه این مقدار کمترین مقدار جدول محسوب می‌شود، همچنان از نظر آماری مقدار نسبتاً قابل توجهی است و وجود وابستگی میان این دو چاه مشاهده‌ای را رد نمی‌کند. اختلاف محدود بین کمینه و بیشینه احتمال شرطی، یعنی حدود ۶/۳ درصد، نشان می‌دهد وابستگی بین زوج چاه مشاهده‌ای‌های بررسی‌شده نسبتاً همگن است و تغییرات مکانی شدید در ساختار همبستگی ریسک مشاهده نمی‌شود.

جدول ۷. مقادیر توزیع تجمعی توأم، احتمالات شرطی و دوره بازگشت برای ۱۰ جفت چاه مشاهده‌ای منتخب ($u=v=0.70$)

جفت چاه مشاهده‌ای	مفصل برتر	$C(u,v)=JointCDF$	$P_{\text{شرطی}}(\%)$	$1-C=I\text{-ریسک OR}$	T_{OR} (سال)	T_{AND} (سال)	T_{OR}/T_{AND}
W1-W6	Clayton	0.421	60.1	0.579	1.73	8.26	4.77
W1-W22	Clayton	0.438	62.6	0.562	1.78	9.43	5.30
W2-W6	Frank	0.430	61.4	0.570	1.75	8.77	5.01
W2-W22	AMH	0.459	65.6	0.541	1.85	11.11	6.01
W3-W6	Frank	0.427	61.0	0.573	1.75	8.62	4.93
W3-W22	AMH	0.440	62.9	0.560	1.79	9.52	5.32
W6-W10	Clayton	0.415	59.3	0.585	1.71	8.05	4.71
W6-W20	Frank	0.428	61.1	0.572	1.75	8.70	4.97
W10-W22	AMH	0.447	63.9	0.553	1.81	10.00	5.52
W20-W22	Frank	0.432	61.7	0.568	1.76	8.93	5.07
میانگین	—	0.434	62.0	0.566	1.77	9.14	5.16

۳-۶. دوره بازگشت توأم

در این مطالعه، جهت محاسبه دوره بازگشت توأم، پس از تعیین توابع توزیع حاشیه‌ای (CDF) شاخص GWQI در چاه‌های مشاهده‌ای مختلف مربوط به ۲۸ چاه مشاهده‌ای مورد بررسی و انتخاب تابع مفصل برتر برای ایجاد توزیع دومتغیره، دوره بازگشت دومتغیره محاسبه شد (جدول ۷). دوره بازگشت توأم در دو حالت OR و AND محاسبه شده است. نتایج نشان می‌دهد مقدار میانگین دوره بازگشت در حالت OR برابر با ۱/۷۷ سال و در حالت AND برابر با ۹/۱۴ سال است. اختلاف قابل توجه بین این دو مقدار ناشی از ماهیت متفاوت تعریف رخداد در این دو حالت است. در حالت OR، وقوع رخداد در حداقل یکی از دو چاه مشاهده‌ای کافی است؛ بنابراین احتمال وقوع رخداد بیشتر و در نتیجه دوره بازگشت کوتاه‌تر است. در مقابل، در حالت AND وقوع هم‌زمان رخداد در هر دو چاه مشاهده‌ای مد نظر قرار می‌گیرد؛ بنابراین احتمال وقوع کمتر و دوره بازگشت بلندتر می‌شود. در

حالت OR، دوره‌های بازگشت در بازه‌های محدود بین ۱/۷۷ تا ۱/۸۵ سال قرار دارند. کمترین مقدار مربوط به زوج W6-W10 با ۱/۷۷ سال است که نشان می‌دهد وقوع آلودگی در حداقل یکی از این دو چاه مشاهده‌ای نسبتاً محتمل‌تر است و در بازه‌های زمانی کوتاه‌تری تکرار می‌شود. بیشترین مقدار در حالت OR مربوط به زوج W2-W22 با ۱/۸۵ سال است. با این حال، اختلاف اندک بین مقادیر این ستون نشان می‌دهد از دید رخدادهای منفرد یا غیرهم‌زمان، زوج پی‌زومترهای مورد بررسی رفتار نسبتاً مشابهی دارند. در حالت AND، تغییرات دوره بازگشت محسوس‌تر است و مقادیر از ۸/۰۵ تا ۱۱/۱۱ سال متغیر است. کمترین دوره بازگشت هم‌زمان مربوط به زوج W6-W10 است که نشان می‌دهد رخداد مشترک آلودگی در این دو چاه مشاهده‌ای نسبت به سایر زوج‌ها با فراوانی بیشتری رخ می‌دهد. در مقابل، بیشترین مقدار دوره بازگشت هم‌زمان مربوط به زوج W2-W22 با ۱۱/۱۱ سال است که بیانگر نادرتر بودن وقوع هم‌زمان رخداد آلودگی در این دو نقطه است، هرچند احتمال شرطی آن‌ها بالا گزارش شده است. این تفاوت نشان می‌دهد احتمال شرطی و دوره بازگشت هم‌زمان الزاماً تفسیر یکسانی ندارند و هریک جنبه متفاوتی از رفتار وابستگی را بیان می‌کنند.

نسبت T_{AND} به T_{OR} از اصلی‌ترین یافته‌های این پژوهش است. بر اساس نتایج جدول ۷، این نسبت برای ۱۰ زوج چاه مورد بررسی به طور میانگین ۵/۱۶ گزارش شده است. این نسبت در ۱۰ جفت منتخب از ۶/۰۱ ($W2-W22$) تا ۴/۷۱ ($W6-W10$) متغیر است. معنای عملی نسبت T_{AND}/T_{OR} این است که اگر طراح زیرساخت تأمین آب برای یک منطقه اطراف W2 و W22 از $T_{OR}=1.96$ سال به عنوان دوره طراحی استفاده کند، در واقع دوره بازگشت بحران هم‌زمان را ۵/۱۶ برابر کوچک‌تر از واقعیت فرض کرده است. این خطا می‌تواند به شکست زیرساخت در اولین رویداد بحرانی AND منجر شود، رویدادی که هر ۱۱/۱۱ سال یک‌بار اتفاق می‌افتد، نه هر ۱/۹۶ سال.

۳-۷. دوره بازگشت شرطی

دوره بازگشت شرطی بیان می‌کند که با فرض وقوع شرایط آلودگی در یک پی‌زومتر، رخداد متناظر در چاه مشاهده‌ای دیگر در چه بازه زمانی مورد انتظار است. بر اساس نتایج جدول ۷، مقادیر احتمال شرطی به ازای آستانه ۷۰ درصد، در حدود ۵۹/۳ تا ۶۵/۶ درصد قرار گرفته‌اند و این موضوع نشان می‌دهد در بسیاری از زوج‌ها، وقوع ریسک در یک نقطه می‌تواند احتمال رخداد در نقطه دیگر را به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش دهد. از دید مدیریتی، زوج‌هایی که احتمال شرطی بالاتر و دوره بازگشت توأم کوتاه‌تری دارند، می‌توانند به عنوان نقاط حساس‌تر در شبکه پایش معرفی شوند. در این میان، زوج‌های مرتبط با چاه مشاهده‌ای W22، به‌ویژه W2-W22، W10-W22 و W3-W22، دارای احتمال شرطی نسبتاً بالایی هستند. این موضوع می‌تواند نشان دهد چاه مشاهده‌ای W22 از نظر رفتار آلودگی با چند نقطه دیگر آبخوان ارتباط آماری قوی دارد. بنابراین، تغییرات GWQI در این چاه مشاهده‌ای می‌تواند برای تفسیر روندهای مکانی آلودگی و طراحی برنامه پایش هدفمند اهمیت ویژه‌ای داشته باشد.

از سوی دیگر، زوج W6-W10 با وجود کمترین احتمال شرطی، دارای کوتاه‌ترین دوره بازگشت در هر دو حالت OR و AND است. این نتیجه نشان می‌دهد اگرچه شدت وابستگی شرطی بین این دو چاه مشاهده‌ای نسبت به سایر زوج‌ها کمتر است، اما رخدادهای آلودگی در این محدوده از نظر زمانی تکرارپذیرتر هستند. بنابراین، این زوج می‌تواند از منظر فراوانی وقوع رخدادهای کیفی مشخص، نیازمند توجه مدیریتی باشد. چنین تفاوتی نشان می‌دهد تحلیل دوره بازگشت شرطی باید هم‌زمان با احتمال شرطی و دوره بازگشت توأم تفسیر شود و اتکا به یک شاخص منفرد ممکن است به برداشت ناقص از وضعیت ریسک منجر شود.

در مجموع، نتایج دوره بازگشت شرطی نشان می‌دهد روابط وابستگی بین چاه‌های مشاهده‌ای می‌تواند برای شناسایی مسیرهای محتمل گسترش آلودگی، اولویت‌بندی نقاط پایش و تدوین راهبردهای پیشگیرانه در مدیریت آبخوان مورد استفاده قرار گیرد. زوج‌هایی با احتمال شرطی بالا می‌توانند معرف نواحی دارای پیوستگی بیشتر در رفتار آلودگی باشند، در حالی که زوج‌هایی با دوره بازگشت کوتاه‌تر، نواحی با تکرارپذیری بیشتر رخدادهای ریسک را نشان می‌دهند. ترکیب این دو دیدگاه، چارچوبی مناسب برای مدیریت شاخص آلودگی آب زیرزمینی فراهم می‌کند.

۴- نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر از توابع مفصل برای تحلیل مکانی شاخص GWQI مبتنی بر ۱۱ پارامتر: Na^+ , K^+ , Mg^{2+} , Ca^{2+} , SO_4^{2-} , Cl^- , EC , TDS , pH , HCO_3^- و TH در دوره ۱۳۸۵ — ۱۴۰۱ استفاده کرد. شاخص GWQI برای ۲۸ چاه مشاهده‌ای واقع در نقاط مختلف آبخوان قزوین را محاسبه و سپس ساختار وابستگی مکانی بین پیزومترهای منتخب با استفاده از توابع کاپولا بررسی شد. نتایج نشان داد رویکرد کاپولا توانایی مناسبی در مدل‌سازی وابستگی‌های غیرخطی، نامتقارن و دومتغیره بین مقادیر GWQI دارد و می‌تواند اطلاعات ارزشمندی درباره احتمال هم‌وقوعی، تکرارپذیری و رفتار شرطی رخدادهای آلودگی در آبخوان فراهم کند. انتخاب توابع مختلف Frank, Clayton و AMH برای زوج‌های مختلف چاه‌های مشاهده‌ای بیانگر آن است که ساختار وابستگی در آبخوان یکنواخت نیست و هر بخش از آبخوان می‌تواند الگوی رفتاری متفاوتی از نظر انتقال یا هم‌زمانی ریسک آلودگی داشته باشد. مقایسه یافته‌های پژوهش حاضر با مطالعات پیشین نشان‌دهنده کارایی بالای توابع مفصل در تحلیل وابستگی‌های غیرخطی پارامترهای کیفی آب است. نتایج این تحقیق که بیانگر میانگین احتمال شرطی بالای ۶۰ درصد بین پیزومترهاست، با یافته‌های Birjandi و همکاران (۲۰۲۲) که وابستگی شدیدی را در پارامترهای کیفی آبخوان‌های مشابه گزارش کرده بودند، همخوانی دارد. نتایج دوره بازگشت توأم نشان داد دوره بازگشت در حالت OR به طور قابل توجهی کوتاه‌تر از حالت AND است. میانگین دوره بازگشت در حالت OR حدود ۱/۷۷ سال و در حالت AND حدود ۹/۱۴ سال به دست آمد. این اختلاف نشان می‌دهد وقوع آلودگی در حداقل یکی از دو پیزومتر پدیده‌ای نسبتاً پرتکرار است، اما وقوع هم‌زمان آن در هر دو پیزومتر نادرتر و بحرانی‌تر محسوب می‌شود. بنابراین، برای سامانه‌های هشدار سریع و پایش مقدماتی، دوره بازگشت OR مناسب‌تر است؛ در حالی که برای طراحی سناریوهای مدیریتی محافظه‌کارانه، ارزیابی شرایط بحرانی و تصمیم‌گیری درباره بهره‌برداری ایمن از آبخوان، دوره بازگشت AND اهمیت بیشتری دارد. در زمینه دوره‌های بازگشت توأم، برتری حالت T_{AND} نسبت به T_{OR} (با نسبت میانگین حدود ۵) با نتایج مطالعات Saghaian و Sanginabadi (۲۰۲۰) در تحلیل ریسک‌های محیط زیستی و خشکسالی مطابقت دارد؛ این موضوع تأیید می‌کند که نادیده گرفتن ساختار وابستگی دومتغیره می‌تواند به برآورد کمتر از واقع ریسک‌های آلودگی منجر شود. همچنین، شناسایی پیزومتر W22 به عنوان یک گره کلیدی در شبکه پایش بر اساس احتمالات شرطی، مشابه با رویکرد Seifian و همکاران (۲۰۲۶) در استفاده از توابع مفصل برای ارزیابی ارتباط خشکسالی هواشناسی و خشکسالی رطوبت خاک در ایران است. با این تفاوت که در پژوهش حاضر، معرفی ایستگاه شاخص با استفاده از شاخص کیفی ترکیبی GWQI در کنار توابع مفصل در آبخوان قزوین استفاده شده است که می‌تواند دید جامع‌تری نسبت به تغییرات کیفی کل سامانه ارائه دهد.

وجود نسبت متوسط $T_{AND}/T_{OR} = ۵/۱۶$ برای ۱۰ زوج چاه مشاهده‌ای مورد بررسی، چهار توصیه مدیریتی حیاتی را ارائه می‌کند:

۱. بازنگری استانداردهای طراحی: تمام تأسیسات تصفیه آب، مخازن ذخیره و خطوط انتقال که برای آبخوان قزوین طراحی شده‌اند باید با دوره طراحی T_{AND} نه T_{OR} ارزیابی شوند. برای پیزومترهای نزدیک W2 و W22، $T_{AND} = ۱۱/۱۱$ سال به عنوان دوره طراحی پایه استفاده شود. این بازنگری احتمالاً به توسعه ظرفیت تأسیسات نیاز خواهد داشت.
۲. سیستم پایش یکپارچه: به جای پایش مجزای پیزومترها، سیستم پایش یکپارچه‌ای بر اساس گروه‌بندی A/B/C طراحی شود. در هر گروه، یک «چاه مشاهده‌ای پیشرو» (lead piezometer) که زودتر از سایرین به تغییرات پاسخ می‌دهد شناسایی و با فراوانی بالاتر پایش شود. برای گروه A، W6 نامزد «چاه مشاهده‌ای پیشرو» است.
۳. ادغام در سند مدیریت یکپارچه آب: نسبت T_{AND}/T_{OR} باید به عنوان «شاخص ریسک سیستمی» در سند مدیریت یکپارچه منابع آب آبخوان قزوین گنجانده شود. این شاخص هر پنج سال یک‌بار با داده‌های جدید بازمحاسبه شود تا روند تغییر ساختار وابستگی آبخوان پایش شود.

ملاحظات اخلاقی

مشارکت نویسندگان

م. مفیدی: تهیه و آماده‌سازی نمونه‌ها، انجام آزمایش و گردآوری داده‌ها، انجام محاسبات، تجزیه و تحلیل آماری داده‌ها، تحلیل و تفسیر اطلاعات و نتایج، تهیه پیش‌نویس مقاله
ف. هوشیاری‌پور، ح. کاردان مقدم و ر. نوری: طراحی پژوهش، نظارت بر مراحل انجام پژوهش، بررسی و کنترل نتایج، اصلاح، بازبینی و نهایی‌سازی مقاله

اعلامیه هوش مصنوعی مولد و فناوری‌های مبتنی بر هوش مصنوعی در فرایند نگارش

طی آماده‌سازی این اثر، نویسندگان از ابزار هوش مصنوعی برای نوشتن مقاله استفاده نکردند.

تعارض منافع

بنا به اظهار نویسندگان این مقاله تعارض منافع ندارد.

پیروی از اصول اخلاق پژوهش

نویسندگان اصول اخلاقی را در انجام و انتشار این پژوهش علمی رعایت کرده‌اند و این موضوع مورد تأیید همه آنهاست.

بیانیه دسترسی به داده‌ها

۱. داده‌هایی پژوهش حاضر از طریق درخواست از نویسندگان قابل دسترسی است.

- 1 Adimalla, N. (2019). Groundwater quality for drinking and irrigation purposes and potential health risks assessment: A case study from semi-arid region of South India. *Exposure and Health*, 11, 109–123.
- 2 Ayantobo, O.O., Li, Y., & Song, S. (2019) . Multivariate drought frequency analysis using four-variate symmetric and asymmetric Archimedean copula functions. *Water Resources Management*, 33, (1) , 103-127.
- 3 Birjandi, V., Tabatabaei, S. H., Mastoori, R., Mazaheri, H., & Mirabbasi Najafabadi, R. (2022). Multivariate analysis of groundwater quality using Archimedean copula functions: Case study of Shahrekord Plain. *New Findings in Applied Geology*, 16(32), 139–153. (In Persian)
- 4 Genest, C., & Rivest, L.P. (1993). Statistical inference procedures for bivariate Archimedean copulas. *JASA*, 88(423), 1034–1043.
- 5 Genest, C., & Favre, A.-C. (2007). Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask. *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(4), 347–368.
- 6 Jafari-Asl, J. & Mohamadi, S. (2026). Groundwater quality index prediction and aquifer failure risk analysis using metaheuristic-tuned artificial neural networks. *Sci. Rep.*, 16, 18466.
- 7 Joe ,H. (1997). *Dependence Modeling with Copulas*. CRC Press, 480 pages.
- 8 Kao, S.-C & Govindaraju, R. S. (2010). A copula-based joint deficit index for droughts. *Journal of Hydrology*, 380(2-1), 121-134.
- 9 Khorrami, B., Gunduz, O., & Kasiviswanathan, K.S. (2024). Uncovering the impacts of depleting aquifers: A remote sensing analysis. *Remote Sensing of Environment*, 300, 113894.
- 10 Kian, R., Kian, A., & Nazif, S. (2022). Using Agent Base Model for managing groundwater resources: Qazvin Plain Aquifer. *Interciencia*, 47(6), 229–237.
- 11 Mirabbasi, R., Fakheri-Fard, A., & Dinpashoh, Y. (2012). Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology*, 108, (1-2), 191-206.
- 12 Mofidi, M., Hooshariipour, F., Kardan Moghadam, H., & Noori, R. (2025). Trend analysis of groundwater quality changes using the Groundwater Quality Index: Case study of the Qazvin aquifer. *Journal of Aquifer and Qanat*, 6(1), 107–130. (In Persian)
- 13 Moradzadeh Rahmatabadi, S., Irandoust, M., & Mirabbasi, R. (2023). Multivariate analysis of rainfall–runoff characteristics using copulas. *Journal of Earth System Science*, 132, 93.
- 14 Nelsen, R.B . (2006). *An Introduction to Copulas (2nd ed.)*. Springer-Verlag, New York.
- 15 Noori, R., Maghrebi, M., Mirchi, A., Tang, Q., Bhattarai, R., Sadegh, M., ... & Madani, K. . (2021). Anthropogenic depletion of Iran's aquifers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 118(25), e2024221118.
- 16 Noori, R., Bateni, S.M., Saari, M., Tajrishy, M., & Abolfathi, S. (2023). Decline in Iran's groundwater recharge. *Nature Communications*, 14, 6674.
- 17 Saghafian, B., & Sanginabadi, H . (2020). Multivariate groundwater drought analysis using copulas. *Hydrology Research*, 51(4), 666-685.
- 18 Salvadori, G., De Michele, C., Kottegoda, N.T., & Rosso, R. (2007). *Extremes in Nature: An Approach Using Copulas*. Springer, Dordrecht.
- 19 Sadeghfam, S., Farmani, H., & Mirabbasi, R. (2025). Developing reservoir drought index and copula-based frequency analysis for Lake Urmia basin. *Journal of Hydrology: Regional Studies*, 60, 102476.

- 20 Seifian, Z., Hooshyaripor, F., Saghafian, B., & Mirabbasi, R. (2026). Investigating meteorological drought propagation to soil moisture drought: insights from Iran's diverse climate regions. *Theoretical and Applied Climatology*, 157, 15.
- 21 Şener, Ş., Şener, E., & Davraz, A. (2017). Evaluation of groundwater quality using water quality index and GIS. *Environmental Earth Sciences*, 76, 1–15.
- 22 Serinaldi, F. (2015). Dismissing return periods! *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 29, 1179–1189.
- 23 Shiau, J.T. (2006). Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water Resources Management*, 20(5), 795–815.
- 24 Sklar, M. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris*, 8, 229–231.
- 25 Taghavi, N., Niven, R.K., Paull, D.J., & Kramer, M. (2022). Groundwater vulnerability assessment: A review including new statistical and hybrid methods. *Science of the Total Environment*, 822, 153486.
- 26 Tavoosi, N., Hooshyaripor, F., Noori, R., Farokhnia, A., Maghrebi, M. & Kløve, B. (2022). Experimental-numerical simulation of soluble formations in reservoirs. *Advances in Water Resources*, 160, 104109.
- 27 Moradzadeh Rahmatabadi, S., Irandoust, M., & Mirabbasi, R. (2023). Multivariate analysis of rainfall–runoff characteristics using copulas. *Journal of Earth System Science*, 132, 93.
- 28 Samani, S & Kardan Moghaddam, H. (2022). Optimizing groundwater level monitoring networks with hydrogeological complexity and grid-based mapping methods. *Environmental Earth Sciences*, 81(18), 453.
- 29 Vasanthavigar, M., et al. (2010). Application of water quality index for groundwater quality assessment: Thirumanimuttar river basin, Tamil Nadu, India. *Environmental Monitoring and Assessment*, 171(1-4), 595-609.
- 30 Wainwright et al., (2018). In Situ Monitoring of Groundwater Contamination Using the Kalman Filter. *Environmental Science & Technology*, 52, 7418–7425.