

تحلیل فراوانی همزمان مشخصه‌های باران با استفاده از توابع مفصل (مطالعه موردی: حوضه آبخیز معرف کسلیان)

سجاد عبداللهی اسدآبادی^۱، علی محمد آخوندعلی^۲، رسول میرعباسی نجف‌آبادی^{۳*}

۱. دانشجوی دکتری مهندسی منابع آب، دانشکده علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز

۲. استاد گروه هیدرولوژی و منابع آب، دانشکده علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز

۳. استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد

(تاریخ دریافت ۱۳۹۶/۰۳/۲۳؛ تاریخ تصویب ۱۳۹۶/۰۵/۳۰)

چکیده

اخیراً، توابع مفصل به عنوان ابزاری کارآمد برای تحلیل فراوانی چندمتغیره پدیده‌های آب و هوایی، توجه بسیاری از هیدرولوژیست‌ها را به خود جلب کرده است. این مطالعه، بر تحلیل فراوانی همزمان دو مشخصه وابسته مقدار و تداوم باران برای ۵۲۲ رویداد ثبت شده در ایستگاه باران‌سنجی سنگده واقع در حوضه آبخیز کسلیان با بهره‌گیری از توابع مفصل متمرکز است. برای اتصال حاشیه‌ها و ایجاد توزیع همزمان، هفت مفصل کلایتون، علی - میخائیل - حق، فارلی - گامبل - مورگنسترن، فرانک، گالامبوس، گامبل - هوگارد و پلاکت استفاده و ارزیابی شد. با مقایسه مفصل‌های پارامتری برازش یافته با مفصل تجربی، مفصل پلاکت به عنوان مفصل برتر انتخاب شد. در نهایت، مقادیر احتمال همزمان، دوره بازگشت همزمان و دوره بازگشت همزمان شرطی محاسبه و نمودارهای مربوط به آن ترسیم و ارائه شد. به طور نمونه، مقدار احتمال همزمان برای دو رویداد با تداوم ۱۲ و ۲۴ ساعته، به ازای تجاوز مقدار باران از ۱۵ میلی‌متر به ترتیب برابر با ۰/۲۶۶۳ و ۰/۷۶۹۳ به دست آمد. همچنین، دوره بازگشت شرطی برای رویدادی با مقدار ۳۰ میلی‌متر به ازای تجاوز تداوم باران از ۲۴ ساعت برابر ۹/۱۹ سال و برای رویدادی با تداوم ۲۴ ساعت، به ازای تجاوز مقدار باران از ۳۰ میلی‌متر برابر ۱۴/۹۴ سال محاسبه شد.

کلیدواژگان: باران، تحلیل فراوانی همزمان، تابع مفصل، حوضه آبخیز کسلیان.

مقدمه

در سال‌های اخیر به علت مواجهه بسیاری از مناطق جهان با شرایط اقلیمی پیش‌بینی ناپذیر، اهمیت مطالعه الگوی تغییرات پدیده‌های آب و هوایی افزایش یافته است. ایران نیز به عنوان کشوری با اقلیم خشک و نیمه‌خشک از این قاعده جدا نیست و در چند دهه اخیر شاهد افزایش بی‌سابقه و گسترده وقوع سیلاب‌ها، خشکسالی‌ها و آتش‌سوزی جنگل‌ها و مراتع در مناطق مختلف کشور هستیم. مطالعات متعدد انجام‌شده در سطح جهان، گویای این واقعیت است که بررسی خصوصیات رویدادهای مختلف هیدرولوژیکی از جمله باران و خشکسالی و همچنین تحلیل فراوانی وقوع آنها، از موارد مهم در پیش‌آگاهی و تعدیل آثار مخرب بلایای طبیعی یادشده و مدیریت بهتر و به‌هنگام منابع آب است [۱-۳]. برای سال‌های متمادی توزیع‌های تک‌متغیره، به عنوان روش استاندارد برای تحلیل فراوانی متغیرهای آب و هوایی شناخته شده‌اند [۴]. با وجود این، این روش‌ها در برخی موارد از جمله تحلیل ریسک وقوع هم‌زمان چند مشخصه همبسته هیدرولوژیکی (نظیر دبی بیشینه و حجم سیلاب)، قابلیت چندانی ندارند [۵]. بنابراین، با توجه به محدودیت‌های این روش‌ها، در مطالعات هیدرولوژیکی نیاز به یک روش تحلیل احتمالی چندمتغیره برای ساخت مدل‌های استوکاستیک واقع‌گرایانه احساس شد [۶]. نخستین تلاش‌ها در این زمینه شامل استفاده از ترکیب دو متغیره چند توزیع احتمالاتی مرسوم نظیر توزیع دو متغیره مقادیر حدی تعمیم‌یافته، توزیع دو متغیره گاما، توزیع نرمال دو متغیره، توزیع لوگ نرمال دو متغیره، توزیع نمایی دو متغیره و غیره است. از جمله اساسی‌ترین محدودیت‌های توزیع‌های دو متغیره مرسوم، لزوم استفاده از حاشیه‌های یکسان در مورد هر دو مشخصه بررسی شده است، ولی در عمل ممکن است مناسب‌ترین توزیع حاشیه‌ای قابل برآزش بر هر یک از مشخصه‌های بررسی شده با یکدیگر یکسان نباشد. علاوه بر این، تعدادی از توزیع‌های چندمتغیره مرسوم قادر به پوشش کامل ساختار وابستگی موجود بین متغیرهای بررسی شده نیستند و فقط توانایی ارائه یک دامنه محدود از ارتباط متغیرها را دارند. استفاده از توابع مفصل به عنوان ابزاری انعطاف‌پذیر و کارآمد، از جمله تلاش‌های ارزشمند به منظور اصلاح محدودیت‌های روش‌های تحلیل چندمتغیره مرسوم است [۵]. تا کنون این توابع در مطالعات رشته‌های مختلف علمی از جمله

هیدرولوژی و منابع آب استفاده شده که از آن جمله می‌توان به تحلیل فراوانی باران، سیلاب و خشکسالی اشاره کرد. در ادامه، با توجه به پدیده هدف در مطالعه حاضر یعنی باران، به تعدادی از مطالعات انجام‌شده در این زمینه اشاره می‌شود. قوش [۷] با بهره‌گیری از توابع مفصل، اطلاعات باران‌های موسمی چند منطقه آب و هوایی مجزا و دارای همبستگی آماری از لحاظ بارش را در کشور هندوستان تحلیل کرد. در این مطالعه از مفصل‌های ارشمیدسی مختلفی استفاده شد و مناسب‌ترین آنها به وسیله یک آزمون ناپارامتری و ضریب وابستگی دمی^۱ انتخاب شد. از مفصل برتر به منظور استخراج توزیع احتمال دو متغیره، دوره‌های بازگشت هم‌زمان و دوره‌های بازگشت هم‌زمان شرطی استفاده شد. همچنین، برای ارزیابی عملکرد تابع مفصل منتخب، مجموعه‌ای از داده‌های دو متغیره باران با استفاده از مفصل برآزش داده‌شده تولید و به ازای تغییر اندازه نمونه ارزیابی شد. نتایج این مطالعه نشان داد داده‌های تولیدشده علاوه بر حفظ همبستگی داده‌های اولیه، قادر به حفظ ضریب وابستگی دمی داده‌های اولیه نیز هستند. وندربگ و همکارانش [۸] با بهره‌گیری از یک روش تحلیل چندمتغیره مبتنی بر مفصل، تحلیل فراوانی رویدادهای رگباری ثبت‌شده در یک ایستگاه هواشناسی واقع در کشور بلژیک را به منظور ارزیابی تفاوت‌های قابل تشخیص بین دوره‌های بازگشت چندین نوع از رگبارهای مشاهداتی و مدل‌سازی شده انجام دادند. از جمله مهم‌ترین اهداف این مطالعه ارزیابی روش‌های شبیه‌سازی باران و چگونگی برخورد و تعدیل نواقص و مشکلات آنها بود. نتایج این مطالعه، وجود یک مشکل مشهود در ساختار زمانی باران‌های شبیه‌سازی شده به وسیله مدل‌های هیدرولوژیکی را نشان داد. همچنین، در این مطالعه اختلاف معناداری بین دوره بازگشت‌های هم‌زمان به ازای رویدادهای رگباری شبیه‌سازی شده و مشاهداتی دیده شد. ایشان بخشی از این کاستی‌ها را به تفاوت توابع توزیع حاشیه‌ای، اختلاف در درجه وابستگی این دو متغیر و اختلاف در زمان بین دو آغاز متوالی رویدادهای رگباری نسبت دادند. ژانگ و همکارانش [۹] با بهره‌گیری از مفهوم توزیع‌های هم‌زمان و هم‌زمان شرطی، احتمال تجاوز مقادیر بارش‌های تخمینی به وسیله رادار و ماهواره را از یک حد آستانه به خصوص در مرکز ایالت تگزاس آمریکا طی سال‌های ۲۰۰۰-۲۰۰۷ برآورد و تحلیل کردند.

1. Tail dependence coefficient

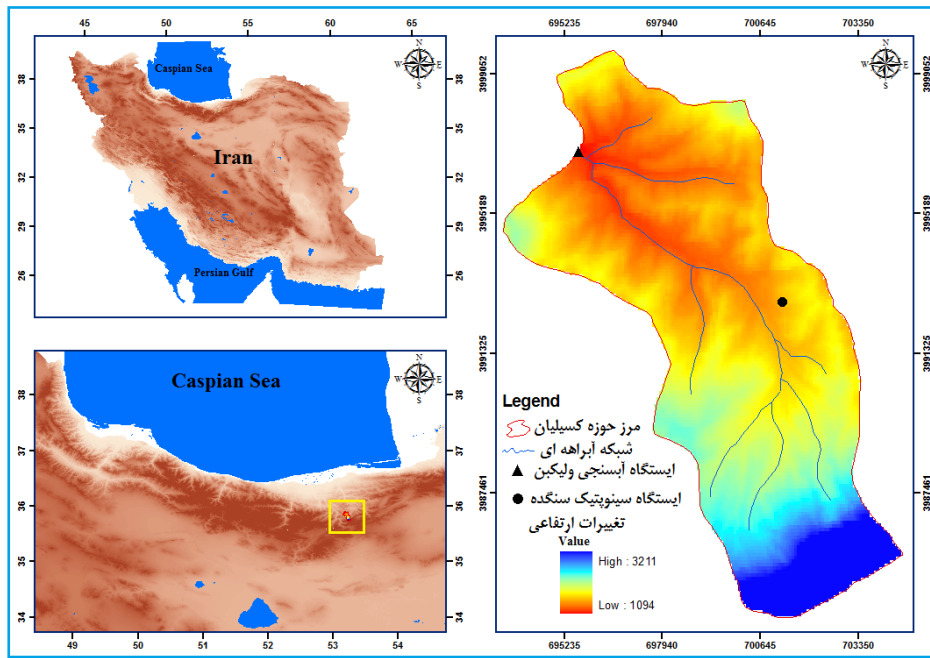
ایستگاه‌های هواشناسی کشور استفاده شود و بعد از ایجاد توزیع‌های احتمالاتی هم‌زمان، در نهایت مقادیر احتمال هم‌زمان، دوره بازگشت هم‌زمان و دوره بازگشت هم‌زمان شرطی به ازای حالات مختلف این دو مشخصه استخراج شود.

مواد و روش‌ها

منطقه مطالعه شده

در مطالعه حاضر، از اطلاعات ۵۲۲ رویداد باران ثبت شده در ایستگاه هواشناسی سنگده واقع در حوضه آبریز معرف کسلیان استفاده شده است. حوضه یادشده در محدوده عرض جغرافیایی $35^{\circ}58'51''$ و $36^{\circ}07'15''$ شمالی و طول جغرافیایی $53^{\circ}08'44''$ و $53^{\circ}15'42''$ شرقی واقع شده است. رودخانه کسلیان یکی از سرشاخه‌های رودخانه تالار است که در دامنه شمالی رشته‌کوه‌های البرز قرار دارد و در جهت شیب جنوب به شمال در جریان است. رودخانه تالار در نهایت بعد از طی مسافتی حدود ۱۰۰ کیلومتر به دریای خزر می‌ریزد. مساحت، محیط و طول آبراهه اصلی حوضه کسلیان به ترتیب حدود $68/04$ کیلومتر مربع، ۴۳ کیلومتر و $18/7$ کیلومتر است و مرتفع‌ترین و پست‌ترین مناطق این حوضه به ترتیب در ارتفاعی حدود ۱۲۰۰ و ۳۲۰۰ متر از سطح دریا قرار گرفته‌اند. شیب متوسط حوضه و آبراهه اصلی آن به ترتیب حدود $29/7$ و 13 درصد برآورد شده است. زمان تمرکز این حوضه با استفاده از روش کریپچ حدود $3/8$ ساعت تخمین زده شده است. همچنین، ضریب گراولیوس حوضه حدود $1/64$ است. حدود ۶۴ درصد سطح حوضه را پوشش جنگلی، $2/7$ درصد خشک و بدون پوشش، $4/9$ درصد مرتع، $27/1$ درصد زمین زراعی و باقی یعنی حدود $1/3$ درصد را مناطق مسکونی شامل شده است. در محدوده و مجاورت این حوضه چندین ایستگاه باران‌سنجی، برف‌سنجی و تبخیرسنجی تأسیس شده، ولی تنها ایستگاه سینوپتیک واقع در این حوضه ایستگاه سنگده است. همچنین، در خروجی حوضه آبریز یادشده و در مسیر رودخانه کسلیان ایستگاه هیدرومتری ولیک‌بن قرار دارد. در پژوهش حاضر با توجه به اهداف در نظر گرفته‌شده، از آمار و اطلاعات ایستگاه سینوپتیک سنگده استفاده شد (شکل ۱).

آنها از شش مفصل متفاوت شامل مفصل پلاکت، مفصل‌های تی و گوسی متعلق به خانواده مفصل‌های بیضوی و سه مفصل متعلق به خانواده ارشمیدسی شامل کلایتون، فرانک و گامبل استفاده کردند. برای محاسبه احتمال تجاوز هم‌زمان شرطی از انتگرال توزیع هم‌زمان مبتنی بر مفصل خط‌های رادار و ماهواره استفاده شد. توضیح اینکه در این مطالعه خط‌های رادار و ماهواره بر اساس مقایسه با داده‌های ایستگاه‌های هواشناسی زمینی محاسبه شد. نتایج این مطالعه نشان داد چارچوب توسعه‌یافته برای محاسبه احتمال تجاوز شرطی خط‌های هم‌زمان رادار و ماهواره، کمک در خور توجهی به ارتقای کاربرد این دو ابزار پیشرفته در مطالعات هیدرولوژیکی، به‌ویژه در زمینه پیش‌بینی سیلاب‌های ناگهانی خواهد کرد. عبدالرئوف و زیفونسکول [۴] در مطالعه‌ای از دو خانواده توابع مفصل ارشمیدسی و مقادیر حدی برای تحلیل فراوانی دومتغیره دو مشخصه شدت و تداوم باران، در پنج ایستگاه هواشناسی واقع در ایالت ویکتوریای کشور استرالیا در بازه زمانی ۱۹۵۰-۲۰۱۰ استفاده کردند. برای سه ایستگاه از پنج ایستگاه بررسی شده، مفصل کلایتون^۱ به عنوان مفصل برتر انتخاب شد و برای دو ایستگاه دیگر مفصل گامبل-هوگارد^۲ مفصل برتر شناخته شد. سپس، در هر ایستگاه با توجه به تابع مفصل برتر، توزیع‌های احتمالاتی هم‌زمان ایجاد و مقادیر و نمودارهای مربوط به دوره بازگشت‌های هم‌زمان و هم‌زمان شرطی محاسبه و استخراج شد. ایشان به این نتیجه رسیدند که منطقه مطالعه شده در دهه‌های پیش رو شرایط مرطوب‌تری را تجربه خواهد کرد. مبنای اصلی این قضاوت و نتیجه‌گیری، مشاهده افزایش تعداد وقوع رویدادهای با دوره بازگشت‌های بزرگ بوده است. علاوه بر چند مطالعه ارائه‌شده، تعداد در خور توجهی مطالعه دیگر نیز از توابع مفصل به عنوان ابزاری کارآمد برای تجزیه و تحلیل پدیده پیچیده باران استفاده کرده‌اند [۱۰-۱۴]. اگرچه در سطح دنیا، تجزیه و تحلیل رفتار چندمتغیره و احتمالاتی پدیده‌های هیدرولوژیکی مختلف از جمله باران به‌سرعت در حال افزایش است، متأسفانه در ایران هنوز مطالعات چندانی در این زمینه انجام نشده است. بنابراین، در مطالعه حاضر تلاش شده است از توابع مفصل برای تحلیل فراوانی هم‌زمان دو مشخصه کلیدی و همبسته باران یعنی مقدار و تداوم آن در یکی از



شکل ۱. موقعیت جغرافیایی حوضه آبریز کسلیان و موقعیت مکانی ایستگاه سینوپتیک سنگده

توابع مفصل^۱

مفصل‌ها نوعی از توابع آماری هستند که با اتصال توزیع‌های تک‌متغیره به یکدیگر، یک تابع توزیع چندمتغیره ایجاد می‌کنند [۱۵ و ۱۶]. اسکالر [۱۷] نشان داد برای متغیرهای تصادفی، پیوسته و d بعدی $\{X_1, \dots, X_d\}$ با CDF های حاشیه‌ای $F_{X_j}(x_j)$ وجود دارد به طوری که:

$$C_{U_1, \dots, U_d}(u_1, \dots, u_d) = H_{X_1, \dots, X_d}(x_1, \dots, x_d) \quad (1)$$

که در آن u_j j امین حاشیه و H_{X_1, \dots, X_d} همان CDF توأم $\{X_1, \dots, X_d\}$ است. به بیان ساده‌تر و به طور مثال، برای دو متغیر تصادفی و پیوسته X و Y اگر تابع توزیع تجمعی هم‌زمان با توزیع‌های حاشیه‌ای $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ به صورت $F_{XY}(x, y)$ نشان داده شود، آن‌گاه مفصل $C(.)$ را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد [۱۶]:

$$F_{xy}(x, y) = C\{F_X(x), F_Y(y)\} \quad (2)$$

به‌عکس، برای هر یک از توزیع‌های حاشیه‌ای تک‌متغیره $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ هر مفصل C ، تابع $F_{XY}(x, y)$ یک تابع توزیع هم‌زمان با توابع توزیع حاشیه‌ای $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ است. رابطه ۲ مفهوم کلیدی مفصل‌هاست که

توسط اسکالر [۱۷] توسعه داده شد و به تئوری اسکالر معروف است. با این فرض که توزیع‌های حاشیه‌ای تک‌متغیره با توابع چگالی احتمال حاشیه‌ای $f_X(x)$ و $f_Y(y)$ پیوسته باشند، تابع چگالی احتمال هم‌زمان می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$f_{X,Y} = c(F_X(x), F_Y(y)) f_X(x) f_Y(y) \quad (3)$$

که در آن، c تابع چگالی احتمال نظیر تابع مفصل C است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$c(u, v) = \frac{\partial^2 C(u, v)}{\partial u \partial v} \quad (4)$$

که در آن u و v به ترتیب توابع توزیع تجمعی وابسته نظیر $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ هستند و دامنه تغییرات آنها بین صفر و یک است. از جمله متداول‌ترین خانواده‌های توابع مفصل استفاده‌شده در مطالعات هیدرولوژی و منابع آب می‌توان به موارد: ۱. بیضوی (نرمال و تی-استیودنت و ..)، ۲. ارشمیدسی (کلایتون، گامبل، فرانک و علی-میخائیل-حق و ..)، ۳. مقدار حدی (گامبل، هاسلر-ریس، گلامبوس و ..)، ۴. خانواده‌های دیگر (از قبیل پلاکت و فارلی-گامبل-مورگنسترن) اشاره کرد. مروری بر پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه هیدرولوژی و منابع آب نشان می‌دهد از میان خانواده‌های یادشده، خانواده مفصل‌های

1. Copula functions

مفصل گامبل- هوگارد فقط برای وابستگی‌های مثبت می‌توان استفاده کرد [۱۵].

یافته‌ها

به منظور تخمین توزیع همزمان دو مشخصه مد نظر یعنی مقدار و تداوم باران، لازم است یک مدل جامع مفصل مبنا ساخته شود. به این منظور، از اطلاعات ۵۲۲ رویداد باران به‌وقوع‌پیوسته طی سال‌های ۱۳۶۳-۱۳۸۵ در ایستگاه باران‌سنجی سنگده واقع در حوضه آبریز معرف کسلیان استفاده شد. جداسازی و تفکیک رویدادها بر اساس وجود حداقل ۲۴ ساعت دوره خشک بین دو رویداد متوالی و به عنوان معیار استقلال رویدادها انجام شد [۱۸].

ارشمیدسی و مقادیر حدی، متداول‌ترین آنها در تحلیل پدیده‌های آب و هوایی هستند. از این‌رو، در پژوهش حاضر نیز به تبعیت از پژوهش‌های مرتبط از چند تابع مفصل خانواده‌های ارشمیدسی و مقادیر حدی به منظور تحلیل همزمان مشخصه‌های رویدادهای باران استفاده شده است. در جدول ۱ خلاصه‌ای از مشخصات این مفصل‌ها مانند تابع احتمال تجمعی، دامنه پارامتر و تابع مولد ارائه شده است. درخور یادآوری است که دو مفصل کلایتون و فرانک برای هر دو وابستگی مثبت و منفی مناسب هستند، ولی مفصل‌های علی-میخائیل-حق و فارلی-گامبل-مورگنسترن به ترتیب برای $-0.1807 < \tau < 0.3333$ و $-2.9 < \tau < +2.9$ قابلیت کاربرد دارند. همچنین، از

جدول ۱. خلاصه‌ای از مشخصات توابع مفصل استفاده‌شده در مطالعه حاضر

دامنه θ	تابع احتمال تجمعی مفصل $C(u, v)$	نام مفصل
$\theta \geq 1$	$C(u, v) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$	کلایتون
$-1 \leq \theta \leq 1$	$C(u, v) = \frac{uv}{1 - \theta(1-u)(1-v)}$	علی-میخائیل-حق
$-1 \leq \theta \leq 1$	$uv[1 + \theta(1-u)(1-v)]$	فارلی-گامبل-مورگنسترن
$\theta \neq 0$	$C(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)} \right]$	فرانک
$\theta \geq 0$	$uv \exp \left\{ -\left[(-\ln u)^{-\theta} + (-\ln v)^{-\theta} \right]^{1/\theta} \right\}$	گالامبوس
$\theta \geq 1$	$C(u, v) = \exp \left\{ -\left[(-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta} \right]^{1/\theta} \right\}$	گامبل-هوگارد
$\theta \geq 0$	$\frac{1}{2\theta-1} \left\{ 1 + (\theta+1)(u+v) - [1 + (\theta-1)(u+v)]^2 - 4\theta(\theta-1)uv \right\}^{1/2}$	پلاکت

در جدول ۳ به تفکیک مشخصه‌های بررسی‌شده خلاصه‌ای از نتایج این آزمون ارائه شده است. همان‌طور که از مقادیر این جدول می‌توان استنباط کرد، برای هر دو مشخصه مقدار و تداوم باران و بر اساس نتایج آماره آزمون KS، توزیع GEV نسبت به پنج توزیع دیگر به علت داشتن کمترین مقدار $d - max$ و بیشترین مقدار $p - value$ برتری محسوسی دارد. درباره مشخصه مقدار باران بعد از توزیع GEV، توزیع‌های LN, GA, WL, NO, EXP در مراتب بعدی قرار گرفتند. درباره مشخصه تداوم نیز بعد از توزیع GEV، توزیع‌های LN, NO, GA, WL, EXP در رتبه‌های بعدی قرار دارند.

در جدول ۱ خلاصه‌ای از مشخصات آماری رویدادهای باران بررسی‌شده ارائه شده است. نخستین گام در توسعه مدل‌های همزمان مفصل مبنا براساس مشخصه‌های وابسته هیدرومتئولوژیکی، برازش توزیع‌های تک‌متغیره بر این مشخصه‌ها و انتخاب بهترین توزیع برازش‌یافته به عنوان مناسب‌ترین حاشیه برای هر مشخصه است. از این‌رو، در مطالعه حاضر ابتدا توزیع‌های گاما (GA)، نرمال (NO)، لوگ نرمال (LN)، مقادیر حدی تعمیم‌یافته (GEV)، ویبول (WL) و نمایی (EXP) بر مشخصه‌های یادشده برازش داده شد. توضیح اینکه در مطالعه حاضر تخمین پارامتر توزیع‌های تک‌متغیره با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی (MLE) انجام شد. از آزمون نیکویی برازش کولموگروف-اسمیرنوف (KS) برای ارزیابی و انتخاب بهترین توزیع حاشیه‌ای دو مشخصه مد نظر استفاده شد.

جدول ۲. خلاصه آماری دو مشخصه مقدار و تداوم ۵۲۲ رویداد باران بررسی شده در ایستگاه باران سنجی سنگده طی سال‌های

۱۳۸۵-۱۳۶۳		
مشخصه	مقدار باران (میلی‌متر)	تداوم باران (ساعت)
آماره میانگین	۱۶/۲	۱۴
میانه	۱۳/۴	۱۲/۳
انحراف معیار	۹/۲۹	۹/۱۲
ضریب کشیدگی	۵/۳۶	۱/۱۳
ضریب چولگی	۱/۹۴	۱/۰۶
ضریب پراکندگی	۵۷/۴۸	۶۵/۱۲
مقدار بیشینه	۶۸/۱۰	۴۹/۶۰
مقدار کمینه	۵	۰/۵

از آنجا که در ساختار توزیع‌های هم‌زمان مفصل مینا از مقادیر تابع توزیع تجمعی (CDF) حاشیه‌ها استفاده می‌شود. لازم است روابط مربوط به CDF دو مشخصه مقدار و تداوم باران بر اساس توزیع احتمال برتر یعنی توزیع GEV استخراج شود. در روابط ۵ و ۶ به ترتیب روابط مربوط به CDF مشخصه‌های یادشده در ایستگاه باران سنجی سنگده با استفاده از توزیع GEV ارائه شده است.

$$F_H(H) = \exp\left(-\left(1 + \frac{0.2336}{z}\right)^{-1.2336}\right) \quad (5)$$

$$z = \frac{H - 11/668.0}{5/141.0}$$

$$F_D(D) = \exp\left(-\left(1 + \frac{0.329}{z}\right)^{-1.329}\right) \quad (6)$$

$$z = \frac{D - 9.7717}{6.9377}$$

قبل از برازش مفصل‌ها بر مشخصه‌های مد نظر و ایجاد توزیع‌های هم‌زمان لازم است وابستگی بین این مشخصه‌ها بررسی شود. در این مطالعه از سه روش آماری متداول شامل یک روش پارامتری با نام ضریب همبستگی پیرسون (ρ) و دو روش ناپارامتری به نام‌های ضریب همبستگی اسپیرمن (ρ_{rho}) و شاخص هم‌نوایی τ کن‌دال استفاده شد. نتایج به دست آمده از آماره‌های یادشده درباره مشخصه‌های بررسی شده در این مطالعه یعنی مقدار و مدت باران در ایستگاه باران سنجی سنگده در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۳. نتایج آزمون نیکویی برازش کولموگروف-اسمیرنوف

مشخصه	نام توزیع	d-max	P-value	رتبه	رد فرض صفر؟ (۰/۰۱)	رد فرض صفر؟ (۰/۰۵)
مقدار	GA	۰/۱۰۹۲	۰/۰۷۰۳	۳	Yes	Yes
	NO	۰/۱۵۸۷	۰/۰۰۰۰	۵	Yes	Yes
	LN	۰/۰۶۰۰	۰/۰۴۴۳	۲	Yes	No
	GEV [†]	۰/۰۴۰۲	۰/۳۵۶۹	۱	No	No
	WL	۰/۱۲۵۵	۰/۰۰۱۲	۴	Yes	Yes
	EXP	۰/۳۱۳۸	۰/۰۰۰۰	۶	Yes	Yes
تداوم	GA	۰/۰۳۹۰	۰/۳۹۶۴	۳	No	No
	NO	۰/۰۹۱۷	۰/۰۰۰۲	۴	Yes	Yes
	LN	۰/۰۹۶۲	۰/۰۰۰۱	۵	Yes	Yes
	GEV	۰/۰۲۶۷	۰/۸۳۸۵	۱	No	No
	WL	۰/۰۲۸۸	۰/۷۶۷۱	۲	No	No
	EXP	۰/۱۵۹۱	۰/۰۰۰۰	۶	Yes	Yes

† مقادیر پررنگ توزیع حاشیه‌ای یا تک‌متغیره برتر را نشان می‌دهد.

جدول ۴. تعیین وابستگی بین مقدار و تداوم رویدادهای باران با استفاده از شاخص‌های آماری

نام ایستگاه	همبستگی پیرسون (ρ)	همبستگی اسپیرمن (ρ_{rho})	τ کن‌دال
سنگده	۰/۵۳۹**	۰/۵۰۳**	۰/۳۵۸**

** همبستگی در سطح ۰/۰۱ معنادار است.

مشخصه بررسی شده ارائه شده در جدول ۴، از هفت تابع مفصل در نظر گرفته شده دو مفصل علی-میخائیل-حق و فارلی-گامبل-مورگنسترن به دلیل قرارنگرفتن آماره T کندال مشخصه‌های مشاهداتی در دامنه مجاز T کندال این دو مفصل، از مدل‌سازی کنار گذاشته شدند. در ادامه، برای پنج مفصل دیگر، تخمین پارامتر و وابستگی مفصل (θ) با استفاده از روش تابع استنتاج برای حاشیه‌ها^۱ (IFM) انجام شد و نتایج آن در جدول ۵ ارائه شد.

آزمون نیکویی برازش برای توزیع‌های دومتغیره

در این مطالعه، ارزیابی مناسب‌ترین مفصل پارامتری برازش یافته بر مشخصه‌های مد نظر با استفاده از مفهوم مفصل تجربی انجام شد. در این روش مفصلی که به مفصل تجربی نزدیک‌تر باشد به عنوان مفصل برتر معرفی می‌شود [۱۹].

مقادیر جدول ۴ نشان‌دهنده وجود همبستگی مثبت معنادار بین دو مشخصه مقدار و تداوم باران در ایستگاه باران‌سنجی سنگده در سطح معنادار یک درصد به ازای هر سه شاخص آماری در نظر گرفته شده است. در این مطالعه، هفت خانواده از مفصل‌ها شامل کلایتون، علی-میخائیل-حق، فارلی-گامبل-مورگنسترن، فرانک، گلامبوس، گامبل-هوگارد و پلاکت به منظور مدل‌سازی همزمان دو مشخصه مقدار و تداوم باران در ایستگاه باران‌سنجی سنگده و ارزیابی برازش آنها بر داده‌های مشاهداتی انتخاب شد. با وجود این، به منظور استفاده از هر یک از این مفصل‌ها باید ابتدا آماره هم‌نوایی T کندال مربوط به مشخصه‌های مشاهداتی مد نظر را با دامنه مجاز این آماره برای هر مفصل مقایسه کرد و سپس در صورت قرارگرفتن آن در بازه مجاز، اقدام به مدل‌سازی کرد. در مطالعه حاضر با توجه به مقدار آماره T کندال متناظر با دو

جدول ۵. مقادیر پارامتر، تابع لگاریتم درست‌نمایی، ریشه میانگین مربعات خطا، معیار آکائیکه، شاخص خطای نش-ساتکلیف و ضریب تعیین برای توزیع‌های مفصل بررسی شده

مفصل	پارامتر	تابع لگاریتم درست‌نمایی	RMSE	AIC	NSE	R ²
کلایتون	۰/۷۴۹	-۱۴۲۰	۰/۰۱۶۰	۲۸۴۳	۰/۹۹۶۴	۰/۹۹۷۹
فرانک	۳/۴۵۷	-۱۴۰۸	۰/۰۱۴۸	۲۸۱۷	۰/۹۹۶۹	۰/۹۹۷۲
گلامبوس	۰/۹۲۲	-۱۷۱۳	۰/۰۱۹۲	۳۴۲۹	۰/۹۹۴۸	۰/۹۹۶۹
گامبل-هوگارد	۱۲/۷۲۹	-۱۷۱۴	۰/۰۶۵۳	۳۴۲۹	۰/۹۳۹۵	۰/۹۷۶۲
پلاکت	۵/۱۳۱	-۱۴۰۳	۰/۰۱۴۸	۲۸۰۸	۰/۹۹۶۹	۰/۹۹۷۳

مفصل برازش داده شده در این مطالعه به این صورت انجام شد که مفصل‌های پارامتری برازش یافته با در نظر گرفتن داده‌های مشاهداتی $C_p(u_i, v_i)$ ، با مفصل‌های تجربی برازش یافته به وسیله داده‌های مشاهداتی $C_e(u_i, v_i)$ مقایسه شدند. این مقایسه با بهره‌گیری از شاخص‌های آماری ریشه میانگین مربعات خطا ($RMSE$)، معیار اطلاعات آکائیکه (AIC)، رابطه نش-ساتکلیف (NSE) و ضریب تعیین (R^2) انجام شد. روابط مربوط به این شاخص‌های مقایسه‌ای به صورت روابط ۸-۱۱ بیان می‌شود [۲۰ و ۲۱].

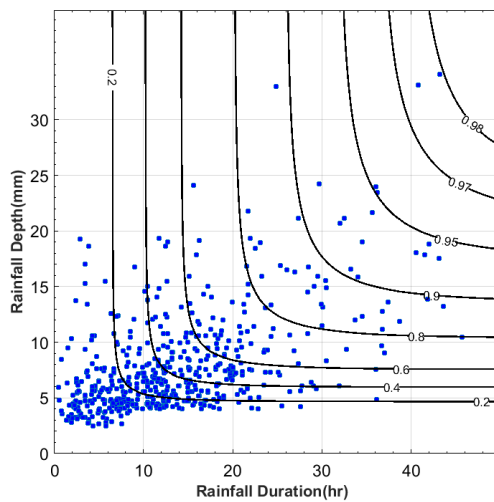
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [C_p(i) - C_e(i)]^2} \quad (8)$$

1. Inference function for margins

برای یک مورد دومتغیره، مفصل تجربی متناظر با داده‌های مشاهداتی (u_i, v_i) به صورت زیر بیان می‌شود.

$$C_e(u_i, v_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I\left(\frac{D_i}{n+1} \leq u_i, \frac{H_i}{n+1} \leq v_i\right) \quad (7)$$

که در آن، n اندازه نمونه، $I(A)$ شاخص بیان منطقی متغیر A است و فرض می‌شود برابر با صفر است، اگر A نادرست باشد و برقرار نباشد و برابر یک است، در صورتی که A صحیح و برقرار باشد. در رابطه D_i و H_i به ترتیب رتبه‌های i امین داده مشاهداتی تداوم و مقدار باران را بیان می‌کنند. اندازه‌گیری برازش بر این اساس استوار است که نقاط به چه میزان به خط قطری نمودار پراکنش نزدیک‌اند. هر چه نقاط به این خط نزدیک‌تر باشند، نشان‌دهنده برازش مناسب‌تری است. روش ارزیابی هر



شکل ۲. خطوط کنتور احتمالات هم‌زمان دو مشخصه مقدار و تداوم باران در ایستگاه باران‌سنجی سنگه

احتمال هم‌زمان

مفهوم احتمال هم‌زمان مشخصه‌های باران یکی از موارد مهم در مدیریت به‌هنگام سیستم‌های هشدار سیل و منابع آب است. دسترسی به احتمالی که هر دو مشخصه مقدار و تداوم باران به‌طور هم‌زمان از آستانه‌های معینی تجاوز می‌کنند، اطلاعات ارزشمندی را در اختیار مدیران و سازمان‌های مدیریتی حوزه منابع آب به منظور مدیریت بهتر این بخش و واکنش مناسب و سریع در موارد بحرانی قرار می‌دهد. توضیح اینکه، روش‌های مرسوم تحلیل احتمالی تک‌متغیره، توانایی ارائه احتمال هم‌زمان را ندارند. با وجود این، این احتمال با بهره‌گیری از مفهوم مفصل‌ها و با استفاده از رابطه ۱۳ به‌سادگی قابل محاسبه است:

$$P(D \geq d, H \geq h) = 1 - F_D(d) - F_H(h) + C(F_D(d), F_H(h)) \quad (13)$$

همچنین، توزیع‌های شرطی باران را می‌توان به‌راحتی و با بهره‌گیری از توزیع چندمتغیره و مفصل مبنای باران استخراج کرد. از جمله پرکاربردترین نوع توزیع‌های شرطی باران، توزیع مقدار باران با در نظر گرفتن تجاوز تداوم باران از یک آستانه معین مثل d' (رابطه ۱۴) و یا توزیع تداوم باران با در نظر گرفتن تجاوز مقدار باران از یک آستانه معین مثل h' (رابطه ۱۵) است.

$$P(H \leq h | D \geq d') = \frac{F_H(h) - C(F_D(d'), F_H(h))}{1 - F_D(d')} \quad (14)$$

$$AIC = -2 \ln ML + 2k \quad (9)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (C_p(i) - C_e(i))^2}{\sum_{i=1}^n (C_e(i) - \bar{C}_e)^2} \quad (10)$$

$$R^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n (C_p(i) - \bar{C}_p)(C_e(i) - \bar{C}_e) \right)^2}{\sum_{i=1}^n (C_p(i) - \bar{C}_p)^2 \sum_{i=1}^n (C_e(i) - \bar{C}_e)^2} \quad (11)$$

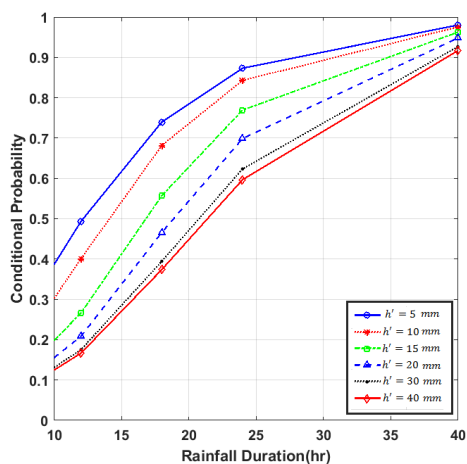
در روابط یادشده، n تعداد نمونه، C_p مقادیر محاسبه‌شده مفصل پارامتری، C_e مقادیر متناظر مفصل تجربی و \bar{C}_e میانگین مقادیر به‌دست‌آمده از مفصل تجربی، $\ln ML$ بیشترین تابع لگاریتم درست‌نمایی و k برابر با تعداد پارامتر مفصل است. مدلی کارایی بیشتری دارد که AIC و $RMSE$ مربوط به آن به صفر نزدیک‌تر و همچنین R^2 و NSE آن به یک نزدیک‌تر باشد. در جدول ۵ نتایج شاخص‌های AIC ، $RMSE$ و NSE برای مفصل‌های مد نظر ارائه شده است. مقایسه عملکرد مفصل‌های بررسی‌شده نشان می‌دهد در میان پنج مفصل ارزیابی‌شده مفصل‌های فرانک و پلاکت کمترین مقدار دو شاخص ارزیابی $RMSE$ و AIC و بیشترین مقدار دو شاخص NSE و R^2 را دارند. اگرچه مفصل پلاکت به عنوان مفصل برتر برازش‌یافته شناسایی شده، به دلیل اختلاف ناچیز بین مقادیر معیارهای ارزیابی نیکویی برازش دو مفصل یادشده، هر دو مفصل پتانسیل لازم برای مدل‌سازی توزیع هم‌زمان دو مشخصه مد نظر را دارند. با وجود این، در این مطالعه برای مدل‌سازی ساختار وابستگی بین مقدار و تداوم باران از مفصل پلاکت استفاده شد. بنابراین، توزیع هم‌زمان باران بر اساس دو مشخصه مقدار و تداوم و با استفاده از مفصل پلاکت به صورت رابطه ۱۲ استخراج شد.

$$F_{D,H} = \frac{1}{8.262} \left\{ 1 + 6.131(F_H(h) + F_D(d)) - \left[\left(1 + 4.131(F_H(h) + F_D(d)) \right)^2 - 84.784 F_H(h) F_D(d) \right]^{1/2} \right\} \quad (12)$$

از آنجا که ترکیبات مختلف مقدار و تداوم باران می‌تواند احتمال مشابهی داشته باشد، احتمالات هم‌زمان را به صورت خطوط کنتور نشان می‌دهند. شکل ۲ خطوط کنتور احتمال هم‌زمان دو مشخصه مقدار و تداوم باران را با استفاده از مفصل پلاکت و داده‌های ثبت‌شده در ایستگاه باران‌سنجی سنگه نشان می‌دهد.

تجاوز مقدار باران از ۳۰ میلی‌متر به ترتیب برابر ۰/۱۷۵۲ و ۰/۶۳۳۵ است. بر اساس شکل ۴، احتمال برای مقدار باران ۱۵ و ۳۰ میلی‌متر به ازای تجاوز تداوم باران از شش ساعت به ترتیب برابر ۰/۵۳۹۱ و ۰/۹۰۹۹ است. استخراج می‌شود. همچنین، احتمال برای مقدار باران ۱۵ و ۳۰ میلی‌متر به ازای تجاوز تداوم باران از ۱۲ ساعت به ترتیب برابر ۰/۴۱۰۹ و ۰/۸۷۳۱ است.

دوره بازگشت هم‌زمان و دوره بازگشت هم‌زمان شرطی
محاسبه دوره بازگشت متغیرهای هیدرومتئولوژیکی به‌ویژه باران امری ضروری به منظور طراحی، مدل‌سازی و اجرای کارآمد بسیاری از پروژه‌های برنامه‌ریزی آب و هیدرولوژی است. اولین مطالعه انجام شده در زمینه استخراج دوره‌های بازگشت هم‌زمان متعلق به شیائو و شن [۲۲] است. ایشان در این مطالعه دوره بازگشت خشکسالی را به ازای یک شدت معین استخراج کردند. بناکروسو و همکارانش [۲۳] در چندین ایستگاه باران‌سنجی واقع در منطقه سیسیل ایتالیا، دوره‌های بازگشت رویدادهای خشکسالی که شدتی برابر و بزرگ‌تر از یک مقدار ثابت معین را داشتند، استخراج کردند.

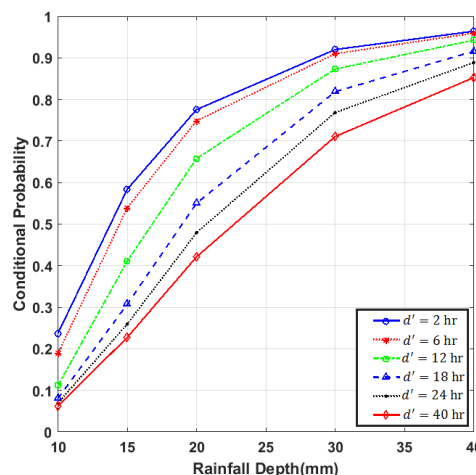


شکل ۴. توزیع شرطی مقدار باران به ازای تجاوز تداوم باران از آستانه‌های d'

خشکسالی به ازای تجاوز تداوم خشکسالی از مقداری معین را توسعه داد. همچنین، شیائو [۲۵] در تلاشی دیگر متدولوژی مطالعه قبلی را درباره داده‌های جریان روزانه رودخانه‌ای واقع در تایوان نیز به کار گرفت. در مطالعه

$$P(D \leq d | H \geq h') = \frac{F_D(d) - C(F_D(d'), F_H(h'))}{1 - F_H(h')} \quad (15)$$

شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب توزیع شرطی مقدار باران با در نظر گرفتن تجاوز تداوم باران از آستانه‌های مختلف و همچنین، توزیع شرطی تداوم باران با در نظر گرفتن تجاوز مقدار باران از آستانه‌های معینی را نشان می‌دهند. چنانچه از هر دو شکل می‌توان استنباط کرد، مقدار احتمال شرطی مقدار باران و احتمال شرطی تداوم باران به ترتیب با افزایش تداوم و مقدار باران کاهش می‌یابد. این دو نمودار در تعیین احتمال تداوم باران به ازای تجاوز مقدار باران از یک مقدار معین (شکل ۳)، و به عکس در تعیین احتمال مقدار باران به ازای تجاوز تداوم باران از یک مقدار معین (شکل ۴) بسیار کارآمد و مفید است و در کمترین زمان می‌توان از آنها اطلاعات مفیدی را استخراج کرد. به طور مثال، بر اساس شکل ۳، مقادیر احتمال برای تداوم باران ۱۲ و ۲۴ ساعته به ازای تجاوز مقدار باران از ۱۵ میلی‌متر به ترتیب برابر با ۰/۲۶۶۳ و ۰/۷۶۹۳ است. همچنین، مقادیر احتمال برای تداوم باران ۱۲ و ۲۴ ساعته به ازای



شکل ۳. توزیع شرطی تداوم باران به ازای تجاوز مقدار باران از آستانه‌های h'

شیائو [۲۴] توزیعی دومتغیره و استخراج شده به‌وسیله یک مفصل معین را به منظور دستیابی به دوره بازگشت شرطی تداوم خشکسالی به ازای تجاوز شدت خشکسالی از مقداری معین و همچنین دوره بازگشت شرطی شدت

به ازای دوره بازگشت ۲۰ ساله مقدار و تداوم باران به ترتیب $47/78mm$ و $39/47 hr$ به دست آمده است.

جدول ۶. مقدار متناظر دو مشخصه مقدار و تداوم باران در ایستگاه سنگده به ازای دوره‌های بازگشت مختلف

دوره‌های بازگشت (سال)	مشخصه مقدار باران	مشخصه تداوم باران
۲	۲۰/۳۹	۱۹/۸۳
۵	۲۹/۲۱	۲۷/۴۵
۱۰	۳۷/۵۴	۳۳/۳۴
۲۰	۴۷/۷۸	۳۹/۴۷
۵۰	۶۵/۱۲	۴۸/۰۲
۱۰۰	۸۱/۹۳	۵۴/۸۸

روش‌های یادشده برای محاسبه دوره بازگشت، فقط برای متغیرهای تصادفی تک‌متغیره مناسب‌اند. با وجود این، اغلب رویدادهای هیدرولوژیکی از جمله باران پدیده‌های وابسته هستند و تحلیل جداگانه مشخصه‌های آنها از کفایت لازم در تحلیل و ارزیابی سامانه‌های آبی از جمله ارزیابی ریسک روگذری و تحلیل سیلاب برخوردار نیست. در نتیجه، شیائو [۲۵] برای اولین بار روشی را برای استخراج دوره‌های بازگشت هم‌زمان و بر اساس دبی پیک و حجم سیلاب ارائه کرد. بر اساس روش پیشنهادی ایشان می‌توان دوره‌های بازگشت را در قالب دو الگو استخراج کرد. الگوی اول به‌دست‌آوردن دوره‌های بازگشت هم‌زمان برای مشخصه‌های مد نظر با استفاده از روابط ۱۸ و ۱۹، و یا استفاده از الگوی دوم، به بیانی استفاده از روش‌های نوین استخراج دوره‌های بازگشت شرطی یعنی $T_{D|H \geq h}$ و $T_{H|D \geq d}$ در قالب روابط ۲۰ و ۲۱ است.

$$T_{DH} = \frac{E(L)}{P(D \geq d \text{ and } H \geq h)} = \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_H(h) + F_{DH}(d, h)} \quad (18)$$

$$T'_{DH} = \frac{E(L)}{P(D \geq d \text{ or } H \geq h)} = \frac{E(L)}{1 - F_{DH}(d, h)} = \frac{E(L)}{1 - C(F_D(d) + F_H(h))} \quad (19)$$

حاضر، از مفاهیم نظری دو مطالعه پایه انجام‌شده توسط شیائو [۲۴] و شیائو و شن [۲۲] برای به‌دست‌آوردن دوره‌های بازگشت هم‌زمان رویدادهای باران در ایستگاه باران‌سنجی سنگده استفاده شد. دوره بازگشت مورد انتظار برای رویدادهای باران با در نظر گرفتن اینکه مقدار باران برابر و یا بزرگ‌تر از مقدار h باشد به صورت رابطه ۱۶ محاسبه می‌شود.

$$T_h = \frac{E(L)}{1 - F_H(h)} \quad (16)$$

که در آن، L عبارت است از بازه زمانی بین آغاز دو رویداد باران متوالی و $F_H(h)$ برابر است با تابع توزیع تجمعی مقدار باران H است. توضیح اینکه زمان بین آغاز دو رویداد متوالی باران یا L با استفاده از داده‌های رویدادهای مشاهداتی باران تخمین زده می‌شود. به همین ترتیب، دوره بازگشت مورد انتظار برای رویدادهای بارانی که تداوم آنها برابر یا بزرگ‌تر از یک مقدار معین d است به صورت رابطه ۱۷ محاسبه می‌شود.

$$T_D = \frac{E(L)}{1 - F_D(d)} \quad (17)$$

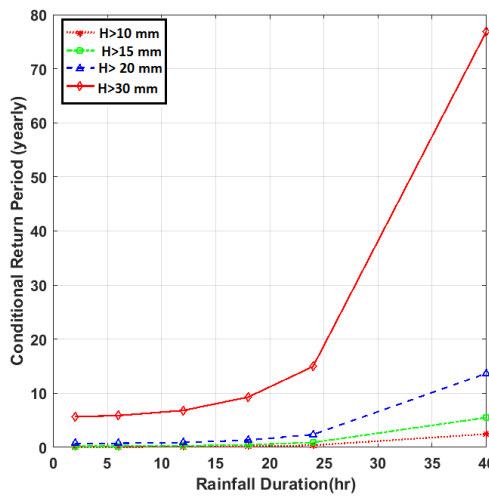
که در آن، $F_D(d)$ بیان‌کننده توزیع تجمعی مشخصه تداوم باران است. در این مطالعه متوسط زمان آغاز دو رویداد متوالی باران برای کل رویدادهای مد نظر یا $E(L)$ برابر $0/4174$ ماه به دست آمد. در جدول ۶ به صورت خلاصه مقدار و تداوم باران در ایستگاه باران‌سنجی سنگده با استفاده از روابط ۱۶ و ۱۷ و به ازای دوره‌های بازگشت ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ ساله ارائه شده است. به طور نمونه،

$$T_{D|H \geq h} = \frac{T_h}{P(D \geq d \text{ or } H \geq h)} = \frac{E(L)}{1 - F_H(h)} \cdot \frac{1}{1 - F_D(d) - F_H(h) + F_{DH}(d, h)} = \frac{E(L)}{[1 - F_H(h)][1 - F_D(d) - F_H(h) + C(F_D(d) + F_H(h))]} \quad (20)$$

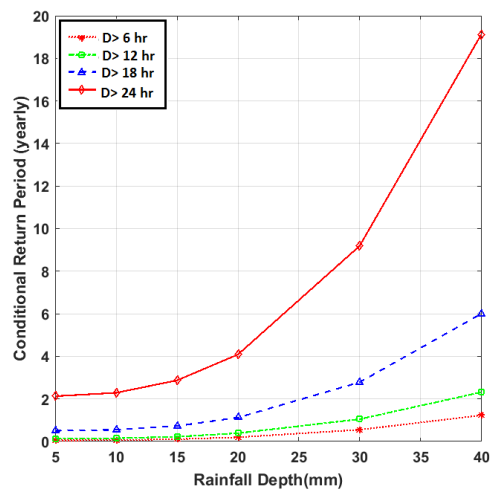
$$T_{H|D \geq d} = \frac{T_d}{P(D \geq d \text{ or } H \geq h)} = \frac{E(L)}{1 - F_D(d)} \cdot \frac{1}{1 - F_D(d) - F_H(h) + F_{DH}(d, h)} = \frac{E(L)}{[1 - F_D(d)][1 - F_D(d) - F_H(h) + C(F_D(d) + F_H(h))]} \quad (21)$$

محاسبه می‌کند. در شکل‌های ۵ و ۶ به ترتیب نمودارهای مربوط به دوره بازگشت شرطی رویدادهای باران به ازای تجاوز مشخصه تداوم از آستانه‌های مختلف و همچنین نمودارهای مربوط به دوره بازگشت شرطی رویدادهای باران به ازای تجاوز مشخصه مقدار از آستانه‌های مختلف نشان داده شده است. به طور مثال، در ایستگاه باران‌سنجی سنگده، دوره بازگشت شرطی برای رویدادی با تداوم ۲۴ ساعته، به ازای تجاوز مقدار باران از ۳۰ میلی‌متر برابر ۱۴/۹۴ سال و دوره بازگشت شرطی برای رویدادی با مقدار ۳۰ میلی‌متر، به ازای تجاوز تداوم باران از ۲۴ ساعت برابر ۹/۱۹ سال استخراج شد.

در روابط یادشده، $C(F_D(d) + F_H(h))$ توزیع همزمان تجمعی باران حاصل از برترین تابع مفصل (جدول ۵) است. برای مثال، در ایستگاه باران‌سنجی سنگده، بر اساس رابطه ۱۸ دوره‌های بازگشت همزمان تخمینی به ازای تجاوز مشخصه تداوم باران از ۲۴ ساعت ($D \geq 24$) و تجاوز مقدار باران از ۷۰ میلی‌متر ($H \geq 30$) و در هنگام تجاوز تداوم باران از ۲۴ ساعت یا تجاوز مقدار باران از ۷۰ میلی‌متر به ترتیب برابر ۱۲/۳۱ و ۰/۲۷ سال است. معادله ۲۰ دوره بازگشت شرطی تداوم باران به ازای تجاوز مشخصه مقدار باران از مقدار معین را ارائه می‌کند. همچنین، رابطه ۲۱ دوره بازگشت شرطی مقدار باران به ازای تجاوز مشخصه تداوم باران از یک مقدار معین را



شکل ۶. دوره بازگشت شرطی تداوم باران به ازای تجاوز مقدار باران از آستانه‌های مختلف



شکل ۵. دوره بازگشت شرطی مقدار باران به ازای تجاوز تداوم باران از آستانه‌های مختلف

در نظر گرفتن این دو مشخصه، وابستگی درخور توجه و معنادار متقابل بین آنها و همچنین اهمیت ذاتی این دو مشخصه به عنوان کلیدی‌ترین خصوصیات باران است. با ظهور و معرفی مفصل‌ها به عنوان یک روش تحلیل احتمالی چندمتغیره، بسیاری از محدودیت‌های آماری از قبیل لزوم مشابه بودن توزیع‌های حاشیه‌ای استفاده شده در ساختار توزیع‌های دومتغیره هم‌زمان از بین رفت. بنابراین، استفاده از قابلیت مفصل‌ها به ایجاد توزیع‌های دومتغیره

بحث و نتیجه‌گیری

تحلیل فراوانی هم‌زمان پدیده‌های هیدرومتئولوژیکی (از جمله باران) به دلیل در نظر گرفتن چند مشخصه وابسته (مانند مقدار، تداوم و...) در محاسبات، تأثیر بسزایی در ارتقای توان مدیریت به‌هنگام و کارآمد سیستم‌های منابع آب و هشدار سیل دارد. در این مطالعه، از مفصل‌ها به عنوان یک ابزار اصلی توسعه توزیع‌های هم‌زمان دو مشخصه مهم باران یعنی مقدار و تداوم استفاده شد. علت

جمله عملکرد توابع مفصل و سبک نمودارهای دوره بازگشت هم‌زمان و شرطی هماهنگی دارد. پیشنهاد می‌شود در مطالعات آتی هیدرولوژیکی، طیف وسیع‌تری از توابع مفصل، به‌ویژه مفصل‌های با قابلیت مدل‌سازی بیش از دو متغیر از جمله مفصل‌های تودرتو و واین به فراخور استفاده شود.

منابع

- [1]. Shiau JT. Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water Resour Manag.* 2006;20(5):795–815.
- [2]. Zhang L, Singh VP. Bivariate rainfall frequency distributions using Archimedean copulas. *J Hydrol.* 2007;332(1–2):93–109.
- [3]. Ganguli P, Reddy MJ. Analysis of ENSO-based climate variability in modulating drought risks over western Rajasthan in India. *J Earth Syst Sci.* 2013;122(1):253–69.
- [4]. Abdul Rauf UF, Zeephongsekul P. Copula based analysis of rainfall severity and duration: a case study. *Theor Appl Climatol.* 2014;115(1):153–66.
- [5]. Reddy MJ, Ganguli P. Bivariate flood frequency analysis of upper Godavari river flows using Archimedean copulas. *Water Resour Manag.* 2012;26(14):3995–4018.
- [6]. Kao S-C, Govindaraju RS. A bivariate frequency analysis of extreme rainfall with implications for design. *J Geophys Res Atmospheres.* 2007;112(D13): 1–15.
- [7]. Ghosh S. Modelling bivariate rainfall distribution and generating bivariate correlated rainfall data in neighbouring meteorological subdivisions using copula. *Hydrol Process.* 2010;24(24):3558–67.
- [8]. Vandenberghe S, Verhoest NEC, Onof C, De Baets B. A comparative copula-based bivariate frequency analysis of observed and simulated storm events: A case study on Bartlett-Lewis modeled rainfall. *Water Resour Res.* 2011;47(7): 1–16.
- [9]. Zhang Y, Habib E, Kuligowski RJ, Kim D. Joint distribution of multiplicative errors in radar and satellite QPEs and its use in estimating the conditional exceedance probability. *Adv Water Resour.* 2013;59:133–45.
- [10]. Bárdossy A, Pegram GGS. Space-time conditional disaggregation of precipitation at high resolution via simulation. *Water Resour Res.* 2016;52(2):920–37.

هم‌زمان مناسب‌تر و با انعطاف‌پذیری بیشتر منجر شده است. در این مطالعه، به منظور تحلیل فراوانی هم‌زمان باران، از دو مشخصه مقدار و تداوم ۵۲۲ رویداد ثبت‌شده در ایستگاه باران‌سنجی سنگده در حوضه آبریز معرف کسلیان استفاده شد. توضیح اینکه روش تفکیک دو رویداد متوالی، منوط به وجود حداقل ۲۴ ساعت زمان بین وقوع آنها بوده است. با استفاده از آزمون نیکویی برازش کولموگروف-اسمیرنوف و از بین شش توزیع بررسی‌شده، توزیع *GEV* برای هر دو مشخصه مقدار و تداوم باران به عنوان بهترین توزیع حاشیه‌ای شناسایی شد. برای اتصال توزیع‌های حاشیه‌ای و ساخت توزیع هم‌زمان دومتغیره، مفصل‌های مختلفی از جمله کلایتون، علی-میخائیل-حق، فارلی-گامبل-مورگنسترن، فرانک، گالامبوس، گامبل-هوغارد و پلاکت آزمایش شدند. به دلیل قرارگرفتن آماره τ کندال دو مشخصه مد نظر در دامنه قابل قبول دو مفصل علی-میخائیل-حق و فارلی-گامبل-مورگنسترن، این دو مفصل از ارزیابی کنار گذاشته شدند. میرعباسی و همکارانش [۲۰] نیز در مطالعه خود این دو تابع مفصل را به دلیل دامنه محدود وابستگی قابل توصیف، از مدل‌سازی شدت و مدت خشکسالی کنار گذاشتند. بعد از تخمین پارامتر پنج مفصل باقی‌مانده با استفاده از روش IFM و مقایسه با مفصل تجربی به عنوان معیار ارزیابی، با وجود عملکرد قابل قبول و نزدیک مفصل‌های فرانک و پلاکت که در هماهنگی با مطالعه کائو و گویندارجو [۶] است، در نهایت مفصل پلاکت، به عنوان مفصل برتر انتخاب شد.

در ادامه، با استفاده از توزیع هم‌زمان دومتغیره به‌دست‌آمده از مفصل پلاکت، اطلاعات ارزشمندی در قالب نمودارهایی از جمله احتمالات هم‌زمان، دوره‌های بازگشت هم‌زمان و دوره‌های بازگشت هم‌زمان و شرطی به ازای تجاوز متغیر شرط از یک آستانه معین استخراج شد. این مطالعه نشان داد خانواده توابع مفصل ارشمیدسی و مقادیر حدی، به‌ویژه مفصل‌های فرانک و پلاکت، به دلیل توانایی در پوشش دامنه گسترده‌ای از مقادیر وابستگی τ کندال، عملکرد مناسبی در مدل‌سازی هم‌زمان مشخصه‌های باران دارند. نتایج مطالعه حاضر از جنبه‌های مختلفی با چند مطالعه مشابه دیگر از جمله عبدالرئوف و زیفونسکول [۴] و وندربرگ [۸] قابل مقایسه است و در بسیاری از موارد از

- [11]. Carreau J, Bouvier C. Multivariate density model comparison for multi-site flood-risk rainfall in the French Mediterranean area. *Stoch Environ Res Risk Assess*. 2016;30(6):1591–612.
- [12]. Dai Q, Han D, Zhuo L, Zhang J, Islam T, Srivastava PK. Seasonal ensemble generator for radar rainfall using copula and autoregressive model. *Stoch Environ Res Risk Assess*. 2016;30(1):27–38.
- [13]. Grimaldi S, Petroselli A, Salvadori G, De Michele C. Catchment compatibility via copulas: A non-parametric study of the dependence structures of hydrological responses. *Adv Water Resour*. 2016;90:116–33.
- [14]. Guo E, Zhang J, Si H, Dong Z, Cao T, Lan W. Temporal and spatial characteristics of extreme precipitation events in the Midwest of Jilin Province based on multifractal detrended fluctuation analysis method and copula functions. *Theor Appl Climatol*. 2016;1–11.
- [15]. Salvadori G, Michele CD, Kottegoda NT, Rosso R. *Extremes in Nature: An Approach Using Copulas*. Springer Science & Business Media; 2007. 304 p.
- [16]. Nelsen RB. *An Introduction to Copulas*. Springer Science & Business Media; 2006. 277 p.
- [17]. Sklar A. Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publ Inst Statist Univ Paris*. 1959;8:229–231.
- [18]. Restrepo-Posada PJ, Eagleson PS. Identification of independent rainstorms. *J Hydrol*. 1982;55(1):303–19.
- [19]. Christian Genest, Anne-Catherine Favre. Everything You Always Wanted to Know about Copula Modeling but Were Afraid to Ask. *J Hydrol Eng*. 2007;12(4):347–68.
- [20]. Mirabbasi R, Fakhri-Fard A, Dinpashoh Y. Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theor Appl Climatol*. 2012;108(1):191–206.
- [21]. Kisi O, Sanikhani H, Cobaner M. Soil temperature modeling at different depths using neuro-fuzzy, neural network, and genetic programming techniques. *Theor Appl Climatol*. 2016;1–16.
- [22]. Jenq-Tzong Shiau, Hsieh Wen Shen. Recurrence Analysis of Hydrologic Droughts of Differing Severity. *J Water Resour Plan Manag*. 2001;127(1):30–40.
- [23]. Bonaccorso B, Cancelliere A, Rossi G. An analytical formulation of return period of drought severity. *Stoch Environ Res Risk Assess*. 2003;17(3):157–74.
- [24]. Shiau JT. Fitting Drought Duration and Severity with Two-Dimensional Copulas. *Water Resour Manag*. 2006;20(5):795–815.
- [25]. Shiau JT. Return period of bivariate distributed extreme hydrological events. *Stoch Environ Res Risk Assess*. 2003;17(1):42–57.