

تحلیل توزیع مکانی آب معادل برف در حوضه‌های آذربایجان غربی

کامران یوسفی^{۱*}، مهرنگ دوستی‌رضایی^۲، جمال احمدآلی^۳

۱. دکتری سازه‌های آبی، کارشناس مطالعات آب‌های سطحی، شرکت آب منطقه‌ای آذربایجان غربی

۲. دکتری آبیاری و زهکشی، مدیر مطالعات پایه منابع آب، شرکت آب منطقه‌ای آذربایجان غربی

۳. استادیار بخش تحقیقات فنی و مهندسی کشاورزی، مرکز تحقیقات و آموزش کشاورزی و منابع طبیعی استان آذربایجان

غربی، سازمان تحقیقات، آموزش و ترویج کشاورزی، ارومیه، ایران

(تاریخ دریافت ۱۴۰۱/۱۰/۱۱؛ تاریخ بازنگری ۱۴۰۱/۱۱/۱۱ تاریخ تصویب ۱۴۰۱/۱۲/۱۲)

چکیده

بخش قابل توجهی از بارش نواحی بالادست حوضه‌های آبریز استان آذربایجان غربی به‌ویژه در ماه‌های سرد سال به صورت برف است. تحلیل داده‌های این منابع برای مدیریت بهینه سدهای مخزنی منطقه به‌خصوص در فصل بهار که موسم ذوب برف حوضه‌های مربوطه است، بسیار حائز اهمیت است. در روش‌های سنتی متداول برای برآورد آب معادل ذخیره برفی از رابطه گرادیان ارتفاعی (رابطه رگرسیون خطی بین آب معادل برف با ارتفاع نقاط برف‌سنجی از سطح آب‌های آزاد) استفاده می‌شود، که گاهی به دلیل عدم برازش مناسب، برخی نقاط از محاسبات حذف می‌شوند. در این مطالعه برای داده‌های ۶۵ ایستگاه برف‌سنجی در ماه‌های برفی سال آبی ۱۳۹۹-۱۴۰۰ به جای رابطه گرادیان ارتفاعی، از رگرسیون خطی چهارمتغیره آب معادل با ارتفاع، طول و عرض جغرافیایی (در سیستم مختصات UTM) استفاده شده است که باعث بهبود مشخصات رگرسیون (افزایش حدود ۳ برابری A.R.S یعنی مربع ضریب همبستگی تعدیل‌شده یا همان ضریب تعیین و کاهش حدود ۱۰ هزار برابری سطح معناداری یعنی آلفای ضریب همبستگی) شد. همچنین به منظور بررسی بیشتر، از شبیه‌سازی روابط با شبکه عصبی مصنوعی (پرسپترون سه‌لایه با ۳، ۸ و ۱ نرون در لایه‌های ورودی، میانی و خروجی) استفاده شد؛ طوری که ضریب همبستگی داده‌های برآوردی با مشاهداتی موجود برای مدل شبکه عصبی مصنوعی منتخب ۰/۹۷ به دست آمد.

کلیدواژگان: آب معادل برف، رگرسیون چندمتغیره، شبکه عصبی مصنوعی.

مقدمه

در سال‌های گذشته سدهای مخزنی متعددی روی رودخانه‌های استان آذربایجان غربی احداث شده است. برای مدیریت منابع آب سدها، اطلاع از رواناب ناشی از ذوب برف بسیار حائز اهمیت است. برای این مهم کارشناسان مطالعات آب‌های سطحی شرکت آب منطقه‌ای، در ماه‌های سرد سال به طور منظم اقدام به اندازه‌گیری عمق و چگالی برف در نقاط ایستگاه‌های برف‌سنجی واقع در سطح حوضه‌های آبریز سدها می‌کنند. نتایج حاصل از این اندازه‌گیری‌ها در نهایت با استفاده از روش برقراری رگرسیون خطی بین آب معادل برف و ارتفاع ایستگاه‌های اندازه‌گیری (موسوم به گرادیان ارتفاعی آب معادل) منجر به برآورد ذخیره آبی پوشش برف کل حوضه آبریز هر سد می‌شود؛ به این ترتیب که پس از تعیین رابطه رگرسیون، آب معادل برف برای بازه‌های مختلف ارتفاعی حوضه برآورد و با تجمیع آن‌ها آب معادل برف کل حوضه برآورد می‌شود [۱ و ۲].

معمولاً هنگام برقراری رابطه رگرسیونی یادشده نقاط پرت در صورت وجود، از روند محاسبات حذف می‌شوند. با این کار علاوه بر هدر رفتن هزینه و زحمات صرف‌شده برای عملیات صحرایی برف‌سنجی، اصولاً از ارزش گرادیان حاصل کاسته می‌شود. بدیهی است هر گونه خط رگرسیون با تعداد نقاط کمتر حتی اگر ضریب همبستگی بیشتری داشته باشد، ارزش محاسباتی و آماری کمتری خواهد داشت. بنابراین ضروری است روش‌هایی اتخاذ شود تا استفاده بهینه از حداکثر اندازه‌گیری‌ها و داده‌های موجود به عمل آید.

در سال‌های اخیر با پیشرفت تکنولوژی‌های هوا - فضا و رایانه، روش‌های نوینی برای رصد پوشش برفی در راستای برآورد حجم آب معادل ذخیره برفی حوضه‌های آبریز ابداع شده است. اما بدیهی است که هیچ‌یک از آن‌ها قادر به برآورد دقیق نبوده و در هر صورت برای تدقیق نتایج برآوردها به روش‌های یادشده نیاز به اندازه‌گیری‌های میدانی است [۳]. برای رفع مشکلات موجود در روش گرادیان ارتفاعی آب معادل برف، محققان مختلف روش‌های دیگری را پیشنهاد داده‌اند. به طور خلاصه، استفاده از سایر مشخصه‌ها و متغیرهای جغرافیایی علاوه بر ارتفاع، از جمله طول و عرض جغرافیایی مورد پیشنهاد و تأیید آن‌ها بوده

است [۴ و ۵]. همچنین برخی محققان از روش‌های هوش محاسباتی مانند شبکه عصبی مصنوعی برای برقراری ارتباط بین متغیرهای مختلف دخیل در موضوع استفاده کرده‌اند که تأییدکننده رابطه همبستگی چندمتغیره بین آب معادل برف و مختصات جغرافیایی ارتفاع، طول و عرض جغرافیایی بوده است [۵]. طبری و همکاران [۶] در تحقیقی به مقایسه شبکه عصبی مصنوعی و مدل‌های ترکیبی در برآورد توزیع مکانی عمق برف و آب معادل برف در حوضه صمصامی ایران پرداختند. نتایج نشان داد روش‌های ANN، NNGA و MLR توانستند آب معادل برف را در سطح مطلوبی از دقت پیش‌بینی کنند. با این حال، مدل NNGA با بالاترین ضریب تعیین ($R^2 = 0.70, P \text{ value} < 0.05$) و حداقل ریشه میانگین مربعات خطا ($RMSE = 0.202 \text{ cm}$) بهترین نتایج را در بین مدل‌های دیگر ارائه کرد. مقادیر آب معادل برف کمتر در شرق منطقه مورد مطالعه و مقادیر آب معادل برف بیشتر در غرب منطقه مورد مطالعه که ارتفاع بالاتر بود، ظاهر شد. صدیقی و همکاران [۷] در تحقیقی به مقایسه کاربرد شبکه عصبی مصنوعی در پیش‌بینی رواناب ناشی از ذوب برف (مطالعه موردی: حوضه آبخیز سد لتیان) پرداختند. پژوهش ایشان با هدف بررسی کارآمدی شبکه‌های عصبی مصنوعی در شبیه‌سازی فرایند بارش - رواناب با دخالت ارتفاع آب معادل برف در حوضه آبخیز لتیان واقع در استان تهران صورت گرفت. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد شبکه عصبی با ساختار ۱-۱۰-۴ با ۴ نرون در لایه ورودی، ۱۰ نرون در لایه میانی و ۱ نرون در لایه خروجی با ضریب کارایی ۰/۸۵، ضریب تبیین ۰/۶۸ و ریشه میانگین مربعات خطا ۰/۰۴ به عنوان بهترین ساختار از دقت مناسبی در برآورد رواناب برخوردار بود و دخالت آب معادل برف باعث افزایش دقت مدل شد. ابدام و همکاران [۸] در تحقیقی محدوده‌ای به مساحت ۱۶ هکتار در منطقه سخوید یزد را انتخاب و با استفاده از نمونه‌بردار مدل مونت-رز در ۲۱۶ نقطه، داده آب معادل برف را اندازه‌گیری کردند. سپس به کمک ۳۱ پارامتر ژئومورفومتری حوضه، به ارزیابی کارایی روش شبکه عصبی مصنوعی در برآورد توزیع مکانی آب معادل برف پرداختند و به این ترتیب، نقشه رقومی آب معادل برف تهیه شد. نتایج به دست آمده از پژوهش یادشده نشان داد شبکه عصبی مصنوعی با ضریب تعیین ۰/۸۳ و مجذور میانگین مربعات خطا برابر با ۳/۵۵ قادر به پیش‌بینی

۴. استفاده مبنایی از رگرسیون خطی به عنوان یک روش تحلیلی ریاضی برای بررسی رابطه آب معادل برف با مؤلفه‌های توأم مختصات جغرافیایی در مقابل مختصات منفرد و جداگانه یا رگرسیون غیرخطی. در مدل‌های رگرسیون غیرخطی، حداقل یکی از مشتقات تابع هدف نسبت به یکی از پارامترها، دست‌کم به همان یا یکی دیگر از سایر پارامترها بستگی دارد.

$$\text{مثلاً برای: } Y = f(x_i) + \varepsilon = e^{-x} + \varepsilon \quad \left(\frac{\partial f}{\partial \theta} = -xe^{-x} \right) \text{ داریم:}$$

در حالی که مؤلفه‌های مختصات جغرافیایی هیچ ارتباط تودرتویی با هم نداشته و رگرسیون غیرخطی در این مورد جایگاهی ندارند. درضمن، رگرسیون غیرخطی حساسیت بالایی نسبت به نقاط دورافتاده داشته، با توجه به تمرکز بر نقاط موجود، ممکن است برای برون‌یابی و قضاوت کلی خطاهای بزرگی ایجاد کند. بنابراین، در استفاده از رگرسیون‌های غیرخطی به جز فرمول‌های منطبق بر فیزیک پدیده‌های مورد مطالعه (آن‌هم بر مبنای تحلیل ابعادی) باید بسیار دقت و حتی‌الامکان پرهیز کرد.

۵. استفاده از روش‌ها و توپولوژی شبکه عصبی جدیدتر بر مبنای داده‌های جدیدتر با استفاده از نرم‌افزارهای به‌روزر (نروسولوشن ۷ و بسته جدید شبکه عصبی موجود در SPSS26 سال ۲۰۱۹ به بالا) منجر به برآورد دقیق‌تر (همبستگی حدود ۹۷ درصد).

مواد و روش‌ها

داده‌ها و منطقه مطالعه شده

داده‌های مورد استفاده در این مطالعه عبارت بودند از: آخرین داده‌های برف‌سنجی در دسترس (ماه‌های برفی سال آبی ۱۳۹۹-۱۴۰۰) حوضه‌های آبریز آذربایجان غربی شامل ۶۵ ایستگاه برف‌سنجی واقع در حوضه سدهای مخزنی مهاباد، ماکو، بدولی، بوکان، سیمینه، سردشت و زولا (توضیح اینکه سایر حوضه‌های آبریز استان به دلیل صعب‌العبور بودن به‌ویژه در فصل زمستان فاقد ایستگاه برف‌سنجی هستند).

در شکل ۱ موقعیت حوضه‌های آبریز و ایستگاه‌های برف‌سنجی مورد مطالعه نشان داده شده است.

برای آگاهی کامل و هر گونه بهره‌برداری و بررسی لازم، مختصات ایستگاه‌های برف‌سنجی مورد مطالعه در

آب معادل برف است. همچنین نتایج تحلیل حساسیت شبکه عصبی مصنوعی نشان داد از بین پارامترهای به‌کاررفته در پیش‌بینی آب معادل برف، پارامترهای مقطع طولی انحناء، مقطع عرضی انحناء، انحناء، اثر باد، شیب، شاخص همواری قله، شیب حوضه و شاخص همواری دره، جزء مؤثرترین عوامل در پیش‌بینی آب معادل برف بودند. زارع ایبانه [۹] در تحقیقی با به‌کارگیری شبکه عصبی مصنوعی به برآورد توزیع مکانی ارتفاع آب معادل برف و چگالی برف حوضه‌های آبخیز استان آذربایجان غربی پرداخت. در طراحی شبکه عصبی مصنوعی از سه متغیر مستقل طول جغرافیایی، عرض جغرافیایی و ارتفاع از سطح دریای نقاط برف‌سنجی به عنوان عناصر ورودی کمک گرفته شد. شبکه عصبی مصنوعی طراحی شده شامل سه نرون در لایه ورودی، دو نرون در لایه خروجی، ۶ تا ۱۸ نرون در لایه (های) میانی و یک یا چند لایه در بخش میانی بود. نتایج پژوهش یادشده نشان داد آرایش ۲-۶-۳ نسبت به دو آرایش ۲-۶-۳ و ۲-۶-۶-۳ جواب‌های مناسب‌تری دارد، به طوری که در آرایش ۲-۶-۳ پس از ۲۷۰ تکرار محاسباتی شبکه طراحی شده به همگرایی رسید. با توجه به نتایج حاصل از اجرای آرایش ۲-۶-۳ با تابع محرک لونیگ مارکوارت، شبکه موفق شد تا ۹۲ درصد از تغییرات چگالی و آب معادل برف را براساس سه متغیر طول جغرافیایی، عرض جغرافیایی و ارتفاع از سطح دریا در سطح حوضه‌های آبخیز آذربایجان غربی برآورد کند. نتایج مطالعه ایشان مؤید عملکرد مناسب شبکه عصبی با در نظر گرفتن کمترین عناصر ورودی زودیافت، در برآورد هم‌زمان دو متغیر آب‌شناسی بود.

هدف این مطالعه، بررسی رابطه آب معادل برف و مؤلفه‌های توأم مختصات جغرافیایی از طریق رگرسیون خطی چندمتغیره و شبکه‌های عصبی مصنوعی (مطالعه موردی: حوضه‌های آبریز استان آذربایجان غربی)؛ همچنین به‌روزرسانی، تکمیل و تدقیق مطالعات قبلی با:

۱. بررسی هم‌زمان تعداد بیشتر حوضه‌ها
۲. بررسی هم‌زمان تعداد بیشتر ایستگاه‌های برف‌سنجی
۳. بررسی داده‌های جدیدتر با آخرین تغییرات اقلیمی (با تفاوت حدود ۱۰ سال)

متغیر تصادفی استفاده می‌شود. به بیان دیگر، MLR بررسی می‌کند که چگونه چندین متغیر مستقل با یک متغیر وابسته مرتبط هستند. مفروضات مدل رگرسیون خطی چندگانه عبارت‌اند از:

۱. همگنی واریانس یا همسانی: (Homogeneity of

Variance or Homoscedasticity) این فرض بر این اساس است که اندازه خطا در پیش بینی ما به طور قابل توجهی در مقادیر متغیر مستقل تغییر نمی‌کند.

۲. استقلال مشاهدات: (Independence of

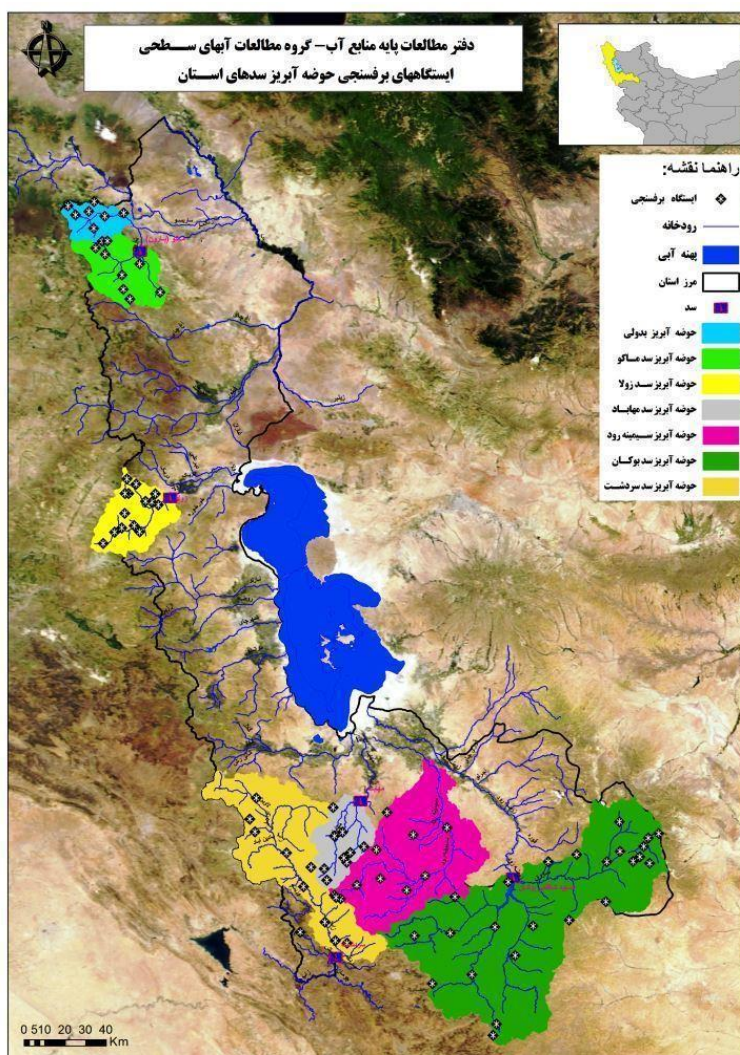
Observations) این فرض بیان می‌کند که مشاهدات درون داده‌ها، مستقل از یکدیگر هستند و از طریق روش‌های آماری معتبر جمع‌آوری شده‌اند.

جدول ۱ آمده است. در ضمن، در شکل ۲ نمودار ارتفاع ایستگاه‌ها و آب معادل برف آن‌ها ارائه شده است.

روش‌های رگرسیون

رگرسیون خطی ساده (Simple Linear Regression) تابعی است که به یک تحلیل‌گر اجازه می‌دهد تا بر اساس اطلاعاتی که در مورد یک متغیر دارد، متغیر دیگر را پیش‌بینی کند. رگرسیون خطی تنها زمانی قابل استفاده است که دو متغیر پیوسته باشند - یک متغیر مستقل و یک متغیر وابسته. متغیر مستقل پارامتری است که برای محاسبه متغیر وابسته یا نتیجه استفاده می‌شود.

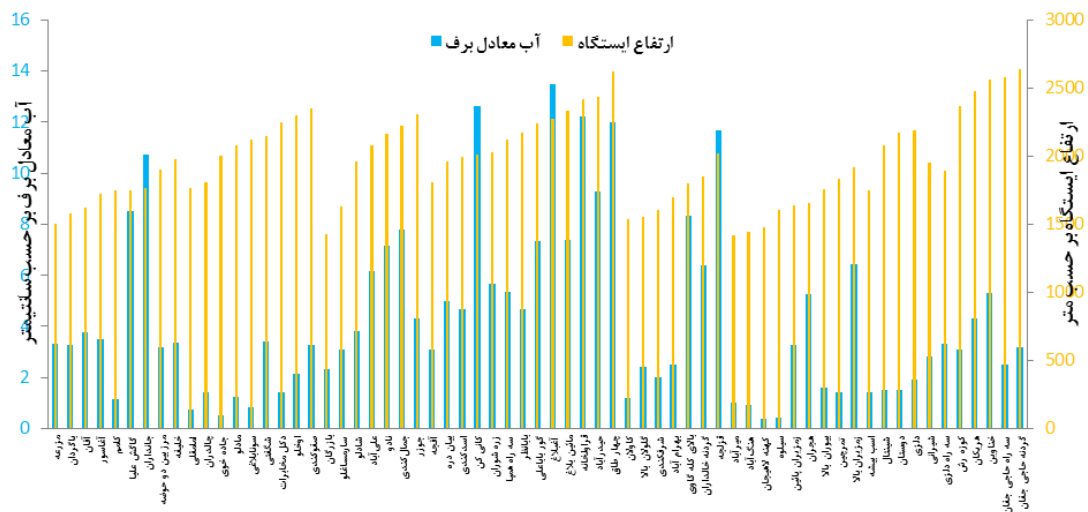
رگرسیون خطی چندگانه (Multiple Linear Regression) برای تعیین یک رابطه ریاضی بین چندین



شکل ۱. موقعیت حوزه‌های آبریز و ایستگاه‌های برف‌سنجی مورد مطالعه

جدول ۱. مختصات جغرافیایی و آب معادل برف ایستگاه‌های برف‌سنجی

SWE (cm)	H (m)	X _{UTM}	Y _{UTM}	نام ایستگاه	حوضه	SWE (cm)	H (m)	X _{UTM}	Y _{UTM}	نام ایستگاه	حوضه
3.1	1810	629035	3960155	آفچه	مهاباد	3.33	1500	553901	4053954	مزرعه	مهاباد
5	1964	597773	3979800	بیان دره		3.25	1580	549918	4052136	باگردان	
4.67	1997	695469	4039779	اسدکندی		3.75	1625	557701	4043968	آفان	
12.6	2010	627224	3954632	کانی کن		3.5	1720	555998	4039261	آغاسور	
5.67	2030	688928	4059088	زره شوران		1.17	1750	564430	4046812	کامم	
5.33	2120	700845	4046993	سه راه همپا		8.5	1750	545054	4036077	گاگش علیا	
4.67	2170	703072	4051080	بایانظر		10.71	1767	546299	4030495	جانداران	
7.33	2241	664490	4010967	گور باباعلی		3.2	1900	554579	4041468	مرز بین دو حوضه	
13.5	2277	698823	4041978	آغیلغ		3.36	1980	549283	4066022	خلیفه	
7.4	2336	668011	4043020	مانین بلاغ		0.75	1765	455023	4331748	امامقلی	
12.2	2420	708145	4053396	قراولخانه	1.42	1810	446395	4326493	چالدران		
9.3	2430	682350	4020103	حیدرآباد	0.5	2000	447159	4319475	جاده خوی		
12	2620	703646	4038791	چهار طاق	1.25	2080	438252	4336631	مادلو		
1.4	1750	460893	4215456	اسب بیشه	0.83	2120	464962	4317939	سونابلاغی		
1.5	2075	457899	4215831	شینتال	3.42	2150	436750	4342876	شگفتی		
1.5	2170	442771	4200692	دوستان	1.4	2250	450194	4314715	دکل مخبرات		
1.9	2190	452296	4203860	دلزی	2.14	2300	433650	4339591	اوخلو		
2.8	1950	446308	4202712	شیرانی	3.25	2350	439387	4343007	صفوکندی		
3.3	1888	455009	4200809	سه راه دلزی	2.3	1430	447257	4356755	بازرگان		
3.1	2370	453308	4224151	کوزه رش	3.1	1630	438070	4355101	سارمساغلو		
4.3	2480	437252	4195110	هریکان	3.8	1960	432715	4349233	شادلو		
5.3	2560	467790	4209900	خناوین	6.17	2078	430236	4357523	علی‌آباد		
2.5	2580	449645	4219601	سه راه حاجی جفان	7.17	2161	423804	4355857	نادو		
3.17	2640	447928	4219503	گردنه حاجی جفان	7.8	2220	420049	4360216	جمال‌کندی		
1	1420	534835	4027401	میرآباد	4.33	2306	432856	4362277	جوزر		
0.92	1440	526634	4043807	هنگ‌آباد	1.2	1535	560953	4028152	کاولان		
0.38	1480	511204	4054171	کهنه لاهیجان	2.43	1550	585279	4025521	گلوان بالا		
0.42	1600	511868	4070640	سیلوه	2	1600	588427	4052802	شرف‌کندی		
3.25	1640	553046	4021430	زمزیران پائین	2.5	1700	572344	4031321	بهرام‌آباد		
5.25	1655	538508	4036850	هجران	8.33	1800	550024	4023150	بالای کله گاوی		
1.58	1760	533265	4005119	بیوران بالا	6.4	1850	570506	4045433	گردنه خالداران		
1.42	1835	508706	4060278	تمرچین	11.67	2020	575673	4063756	قرلجه		
6.42	1915	550697	4022097	زمزیران بالا							



شکل ۲. نمودار ارتفاع ایستگاه‌های برف‌سنجی و آب معادل برف در آن‌ها

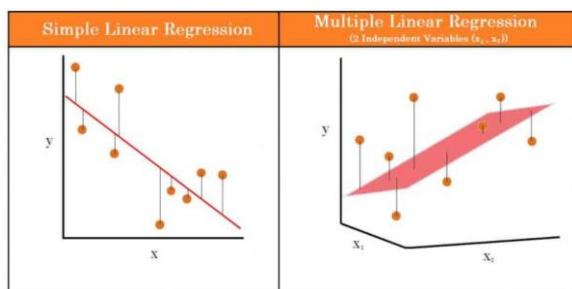
باشد، چقدر احتمال دارد که آماره t به طور تصادفی رخ دهد)

ضریب تعیین (coefficient of determination) یا همان R-squared یک متریک آماری است که برای اندازه‌گیری اینکه چقدر از تغییرات در نتیجه را می‌توان با تغییر در متغیرهای مستقل توضیح داد، استفاده می‌شود. مقدار R^2 همیشه با اضافه شدن پیش‌بینی‌کننده‌های بیشتر به مدل MLR افزایش می‌یابد، حتی اگر پیش‌بینی‌کننده‌ها به متغیر نتیجه مرتبط نباشند.

بنابراین، مقدار R^2 به خودی خود نمی‌تواند برای شناسایی اینکه کدام پیش‌بینی‌کننده‌ها باید در یک مدل گنجانده شوند و کدام‌ها باید کنار گذاشته شوند، استفاده شود. مقدار R^2 فقط می‌تواند بین ۰ و ۱ باشد، مقدار ۰ نشان می‌دهد نتیجه توسط هیچ‌یک از متغیرهای مستقل قابل پیش‌بینی نیست و ۱ نشان می‌دهد می‌توان نتیجه را بدون خطا از متغیرهای مستقل پیش‌بینی کرد.

هنگام تفسیر نتایج رگرسیون چندگانه، ضرایب (β) را باید مورد توجه قرار داد. بزرگی و علامت این ضرایب نشان‌دهنده تأثیر متغیر مستقل روی پاسخ یا نتیجه را نشان می‌دهد. خروجی یک رگرسیون چندگانه را می‌توان به صورت افقی به صورت معادله یا به صورت عمودی به شکل جدول نمایش داد [۱۰].

شکل ۳ تفاوت دو مدل رگرسیون خطی ساده و چندگانه را نشان می‌دهد. در این شکل MLR برای دو متغیر (X_1, X_2) نشان داده شده است.



شکل ۳. تفاوت دو مدل رگرسیون خطی ساده و چندگانه

روش‌های شبکه عصبی مصنوعی

نتایج شبیه‌سازی مدل روابط متغیرهای وابسته و مستقل با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی پرسپترون سه‌لایه MLP:3-8-1 (اعداد ۳، ۸ و ۱ به ترتیب تعداد نرون‌ها در

۳. چندخطی بودن: (Multi-co-Linearity) در رگرسیون خطی چندگانه، ممکن است برخی از متغیرهای توضیحی با یکدیگر همبستگی داشته باشند. این به چند خطی معروف است. به عنوان مثال، قد و وزن به شدت با هم مرتبط هستند. اگر هر دو این متغیرها برای پیش‌بینی جنسیت استفاده شوند، باید فقط از یکی از این متغیرهای مستقل در مدل استفاده کرد، زیرا این می‌تواند اطلاعات اضافی ایجاد کند و نتایج را در مدل رگرسیونی منحرف کند.

۴. نرمال بودن: (Normality) فرض می‌شود که داده‌ها به طور معمول توزیع شده‌اند.

۵. خطی بودن: (Linearity) رگرسیون خطی چندگانه مستلزم رابطه خطی بین متغیرهای مستقل و وابسته است.

۶. روش MLR از رابطه کلی زیر برای ایجاد یک رابطه بین چند متغیر مستقل و متغیر وابسته استفاده می‌کند:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n \quad (1)$$

که در آن:

y = متغیر وابسته

x_i = متغیرهای مستقل توضیحی

β_i = ضرایب شیب برای متغیرهای توضیحی

β_0 = عرض از مبدأ.

برآورد حداقل مربعات پارامترهای معادله یادشده معمولاً توسط نرم‌افزارهای آماری محاسبه می‌شوند. مدل رگرسیون چندگانه به تحلیل گر اجازه می‌دهد تا بر اساس اطلاعات ارائه‌شده روی متغیرهای توضیحی چندگانه، یک نتیجه را پیش‌بینی کند.

برای یافتن بهترین خط برای هر متغیر مستقل، رگرسیون خطی چندگانه سه چیز را محاسبه می‌کند:

- ضرایب رگرسیون که به کوچک‌ترین خطای کلی مدل منجر می‌شود.

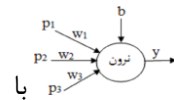
- آماره t مدل کلی (t-statistic)

- مقدار p مرتبط (اگر فرض صفر مبنی بر عدم وجود رابطه بین متغیرهای مستقل و وابسته درست

تابع محرکی که اغلب توسط بیولوژیست‌ها به عنوان مدل ریاضی از تحریک سلول عصبی مورد استفاده قرار گرفته و از نظر شکل شبیه تابع منطقی است. این توابع سیگنال خروجی که توسط هر گره ساخته شده است را بهنجار می‌کند (شکل ۴).

الگوریتم لونیگ-مارکوارت یک روش استاندارد برای حل مسائل حداقل مربعات غیرخطی بوده و به عنوان ترکیبی از روش نیوتن-گوس و بیشترین گرادیان نزول بیان می‌شود که از میان روش‌های مختلف آموزش به روش پس‌انتشار خطا، به دلیل همگرایی سریع‌تر در آموزش شبکه‌های با اندازه متوسط، برای این مطالعه مورد استفاده واقع شده است (الگوریتم پس‌انتشار خطا، وزن‌های شبکه و مقادیر بایاس را در جهتی تغییر می‌دهد که تابع عملکرد با سرعت بیشتری کاهش یابد) (جدول ۲ و شکل ۵).

لایه اول ورودی، دوم پنهان و سوم خروجی) نیز ارائه شد. یادآوری می‌شود که تعداد نرون‌ها در لایه‌های ورودی و خروجی متناظر با تعداد متغیرهای ورودی (سه متغیر طول، عرض و ارتفاع) و خروجی (یک متغیر آب معادل برف) و تعداد نرون‌ها در لایه‌های پنهان میانی به صورت سعی و خطا از تعداد نرون‌های مختلف و در نهایت انتخاب تعداد بهینه برای کمترین خطای نتایج محاسباتی در مقایسه با مقادیر مشاهداتی به دست آمده است. شایان یادآوری است پارامترهای بایاس (Bias) مقادیر آستانه مدل پایه شبکه هستند [۱۱ و ۱۲].

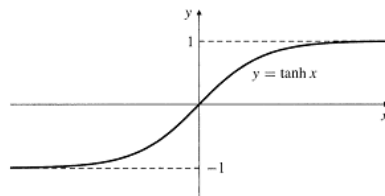
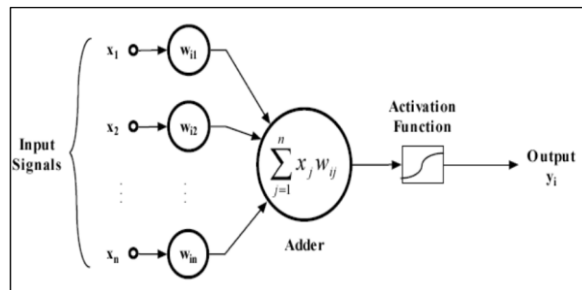
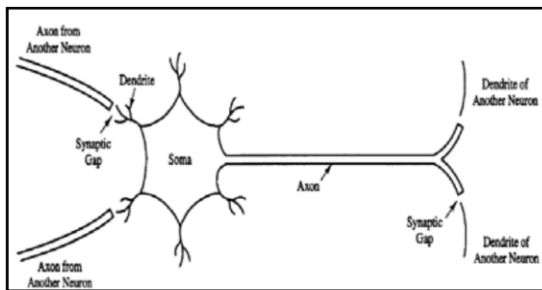


(به عنوان مثال در این شبکه ساده

$$Y = f\left(\sum_{i=1}^n p_i \times w_i + b\right)$$

معادله جایگاه بایاس مشخص است)

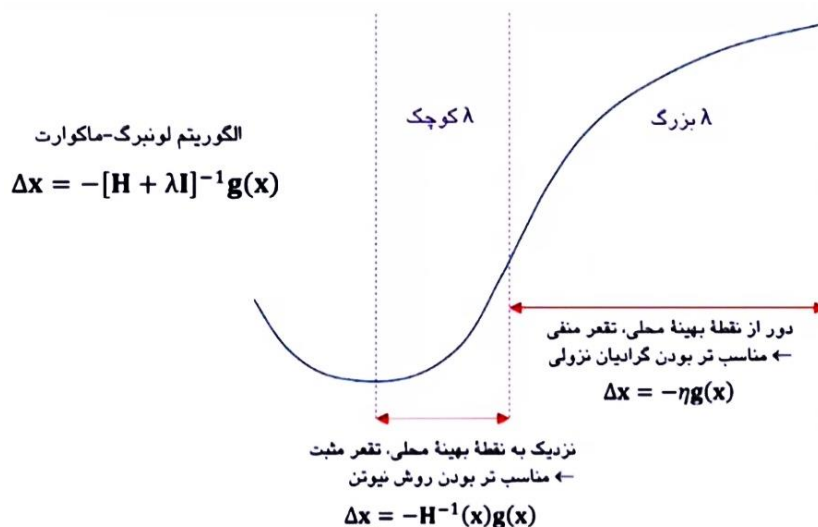
تابع محرک تانژانت هایپربولیک ($f(x) = \tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$)



شکل ۴. شمای کلی تابع تانژانت هایپربولیک و تأثیر آن در خروجی شبکه به عنوان تابع محرک (Activation Function)

جدول ۲. روش بهینه‌سازی لونیگ-مارکوارت (Levenberg-Marquardt)

همگرایی سریع در اطراف نقطه بهینه، احتمال واگرایی در نقاط دورتر	روش نیوتن: $\Delta x = -H^{-1}(x)g(x)$
همگرایی کند، تضمین همگرایی در صورت کوچک بودن طول گام	روش گرادیان نزولی: $\Delta x = -\eta g(x)$
تغییر ماهیت بین روش نیوتن و روش گرادیان نزولی بر اساس مقدار نسبت داده شده به λ	روش لونیگ-مارکوارت: $\Delta x = -[H + \lambda I]^{-1}g(x)$
↓	
یک الگوریتم بهینه‌سازی کلی (محدود نبودن کاربرد به شبکه‌های عصبی)	$\lambda = 0 \Rightarrow \Delta x = -H^{-1}(x)g(x)$ $\lambda \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta x = -\frac{1}{\lambda}g(x)$



شکل ۵. آموزش شبکه عصبی مصنوعی با روش لونیبرگ-مارکوارت (برای پرسپترون چندلایه تک خروجی)

بررسی شرایط توقف الگوریتم (مثلاً مشاهده افزایش خطای تعمیم) و رفتن به گام ۳ در صورت عدم تأمین شرایط لازم برای پایان الگوریتم [۱۱ و ۱۲].

نتایج و بحث

اهمیت عامل ارتفاع از سطح دریاهای آزاد در میزان بارش بر کسی پوشیده نیست، اما کمتر در مورد تأثیر سایر مختصات جغرافیایی مطالعه و گزارش ارائه شده است. بنابراین در این مطالعه علاوه بر گرادیان ارتفاعی آب معادل برف، سعی بر آن بوده تا حد امکان داده و اطلاعات لازم در مورد رگرسیون و همبستگی بارش با هر سه مختصات جغرافیایی (طول، عرض و ارتفاع) ارائه شود. بدیهی است که به منظور امکان انجام عملیات ریاضی و آماری روی مختصات جغرافیایی از مختصات نقاط برف‌سنجی در سیستم UTM استفاده شده است. پس از آماده‌سازی داده‌ها و رگرسیون‌گیری، نتایج به صورت زیر حاصل شد:

۱. رگرسیون دومتغیره: آب معادل برف بر حسب ارتفاع

$$\text{SWE} = f(H)$$

مشخصات رگرسیون یادشده در جدول ۳ آمده است.

۲. رگرسیون چهارمتغیره: آب معادل برف بر حسب ارتفاع،

$$\text{SWE} = f(H, X, Y)$$

مشخصات رگرسیون یادشده در جدول ۴ آمده است.

خلاصه مهم مشخصات رگرسیون‌های فوق در جدول ۵

آمده است.

مبنای ریاضی الگوریتم لونیبرگ-مارکوارت:

$$\varepsilon_{av}(w) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [d(i) - F(x(i); w)]^2 \quad (2)$$

$$g(w) = \frac{\partial \varepsilon_{av}(w)}{\partial w} = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [d(i) - F(x(i); w)] \frac{\partial F(x(i); w)}{\partial w} \quad (3)$$

$$H(w) = \frac{\partial^2 \varepsilon_{av}(w)}{\partial^2 w} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial F(x(i); w)}{\partial w} \right] \left[\frac{\partial F(x(i); w)}{\partial w} \right]^T - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [d(i) - F(x(i); w)] \frac{\partial^2 F(x(i); w)}{\partial w^2} \quad (4)$$

خلاصه الگوریتم لونیبرگ-مارکوارت جهت آموزش شبکه عصبی:

- انتخاب مقدار اولیه متوسطی برای λ (مثلاً $\lambda = 10^{-3}$)
- محاسبه $\varepsilon_{av}(w)$ با استفاده از وزن‌های موجود در تکرار $n-1$ ام (تکرار قبلی)
- محاسبه $g(w) = -[H + \lambda I]^{-1}g(w)$ و سپس $\varepsilon_{av}(w + \Delta w)$
- اگر $\varepsilon_{av}(w + \Delta w) > \varepsilon_{av}(w)$ آن‌گاه افزایش λ (مثلاً با ضریب ۱۰) و رفتن به گام ۳
- اگر $\varepsilon_{av}(w + \Delta w) < \varepsilon_{av}(w)$ آن‌گاه افزایش λ (مثلاً با ضریب ۱۰)، به‌روزرسانی بردار وزن $w \leftarrow w + \Delta w$.

جدول ۳. آماره‌های رگرسیون دومتغیره $SWE=f(H)$

آماره‌های رگرسیون					
ضریب همبستگی R	0.3776				
R^2	0.1425				
R^2 تعدیل شده	0.1289				
خطای استاندارد	3.1102				
مشاهدات	65				
آنالیز واریانس					
	درجه آزادی	مجموع مربعات	متوسط مربعات	F	معناداری F
رگرسیون	1	101.3	101.3	10.47	0.002
باقیمانده	63	609.4	9.674		
کل	64	710.7			
	ضرایب	خطای استاندارد	t	مقدار P	
عرض از مبدأ	-3.4096	2.4113	-1.4140	0.1623	
H	0.0039	0.0012	3.2363	0.0019	

جدول ۴. آماره‌های رگرسیون چهارمتغیره $SWE=f(H,X,Y)$

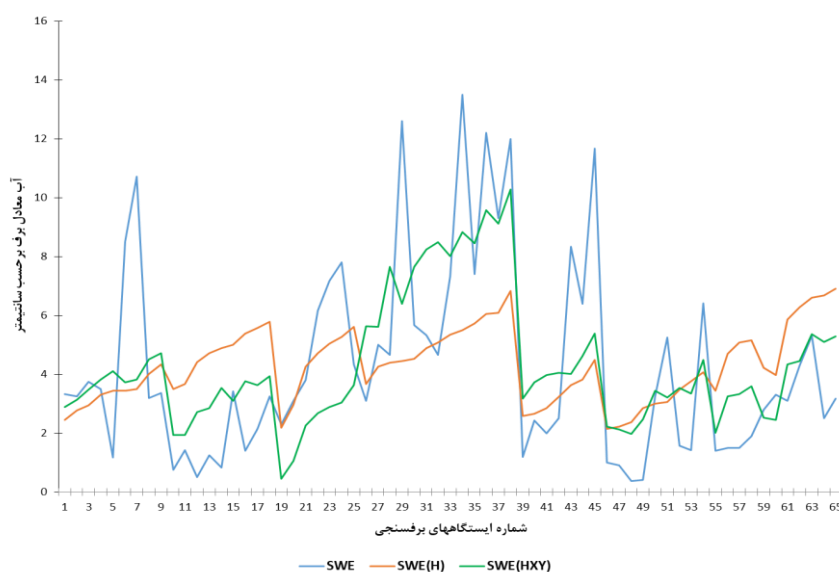
آماره‌های رگرسیون					
ضریب همبستگی R	0.6532				
R^2	0.4267				
R^2 تعدیل شده	0.3985				
خطای استاندارد	2.5845				
مشاهدات	65				
آنالیز واریانس					
	درجه آزادی	مجموع مربعات	متوسط مربعات	F	معناداری F
رگرسیون	3	303.3	101.1	15.13	0.0000002
باقیمانده	61	407.5	6.680		
کل	64	710.7			
	ضرایب	خطای استاندارد	t	مقدار P	
عرض از مبدأ	-12.89	20.98	-0.6144	0.5412	
H	0.0040	0.0012	3.4257	0.0011	
X	0.00002	0.00001	2.9776	0.0042	
Y	-0.0000003	0.000005	-0.0563	0.9553	

جدول ۵. خلاصه مهم آماره‌های انواع رگرسیون آب معادل برف با مختصات جغرافیایی

معناداری F	خطای استاندارد	R^2 تعدیل شده	R^2	R	نوع رگرسیون	ردیف
0.002	3.1102	0.1289	0.1425	0.3776	$SWE=f(H)$	۱
0.0000002	2.5845	0.3985	0.4267	0.6532	$SWE=f(H,X,Y)$	۲

مختصات کامل آمده است (در مقایسه رگرسیون‌ها از توزیع فیشر و میزان معناداری ضریب آن استفاده می‌شود، به طوری که هر چه میزان آن کمتر باشد، نشانه برآزش بهتر معادله رگرسیون است. همچنین یکی از روش‌های استاندارد برای تعیین جایگاه و اولویت متغیرها استفاده از مقادیر احتمال P-value است که آن هم در جدول‌های ارائه شده؛ برای داده‌های مورد مطالعه در این تحقیق اولویت به ترتیب با ارتفاع، طول و عرض جغرافیایی است).

با توجه به جدول ۵، همان طوری که دیده می‌شود برای داده‌های مورد مطالعه، هر دو نوع رگرسیون دارای همبستگی معناداری در سطح اعتماد ۵ درصد یا حدود اطمینان ۹۵ درصد هستند. اما از لحاظ سایر آماره‌ها، رگرسیون از نوع گرادیان ارتفاعی مرسوم و متداول دارای رتبه پایین تری نسبت به رگرسیون دوم (رگرسیون مختصات کامل) است. در شکل ۶ نمودار آب معادل برف اندازه‌گیری شده و برآوردی بر مبنای رگرسیون ارتفاعی و



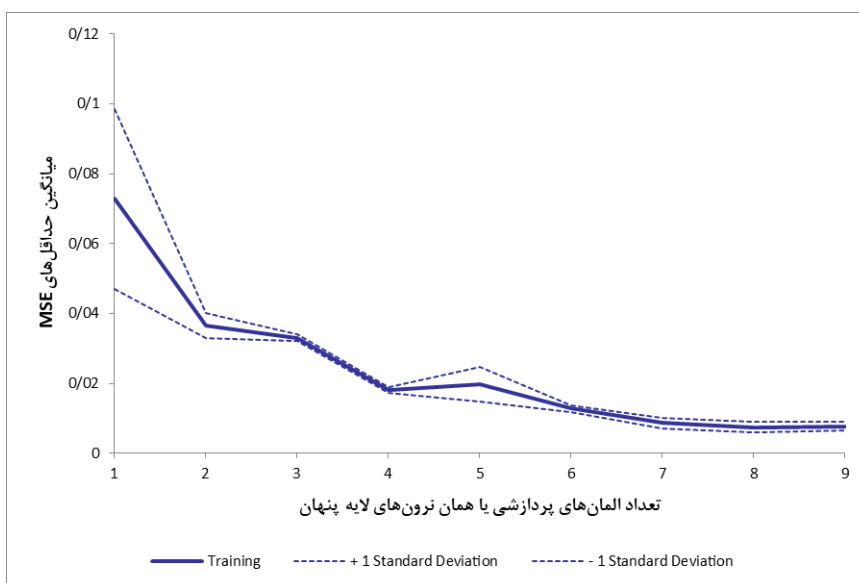
شکل ۶. نمودار آب معادل برف مشاهداتی (اندازه‌گیری) و برآوردی بر مبنای رگرسیون ارتفاعی و مختصات کامل

برای حل این مسئله از شبکه پرسپترون چندلایه MLP با الگوریتم پس‌انتشار خطا BP که بر اساس مراجع علمی مورد اشاره در این مطالعه برای اغلب فرایندهای هواشناسی جواب‌های مناسبی ارائه کرده، مورد استفاده قرار گرفت. لایه پنهان با تعداد نرون‌های مختلف آزمایش و با توجه به مقایسه مقادیر MSE (Mean Squared Error) یعنی متوسط مربعات خطا یا به عبارتی $MSE = \frac{\sum_{i=1}^N (C_i - O_i)^2}{N}$ که در آن متغیرهای C، O و N به ترتیب مقادیر محاسباتی یا برآوردی، مشاهداتی و تعداد داده‌ها یا ایستگاه‌ها هستند) تعداد ۸ نرون برای این لایه انتخاب شد (شکل ۷):

همان طوری که در نمودار شکل ۶ نیز مشاهده می‌شود، برآورد حاصل از رگرسیون مختصات کامل نسبت به گرادیان ارتفاعی آب معادل برف به واقعیت (مقادیر اندازه‌گیری شده) نزدیک‌تر است.

۳. طراحی شبکه عصبی مصنوعی برای رگرسیون مختصات کامل با آب معادل برف:

در این مطالعه بر مبنای تئوری شبکه‌های عصبی مصنوعی [۱۱] و همچنین، مطالعات محققان قبلی [۱۲]، بهترین شبکه عصبی مصنوعی برای مسئله مورد نظر انتخاب و عملیات ریاضی و آماری لازم روی آن انجام شد که نتایج آن به شرح زیر است:



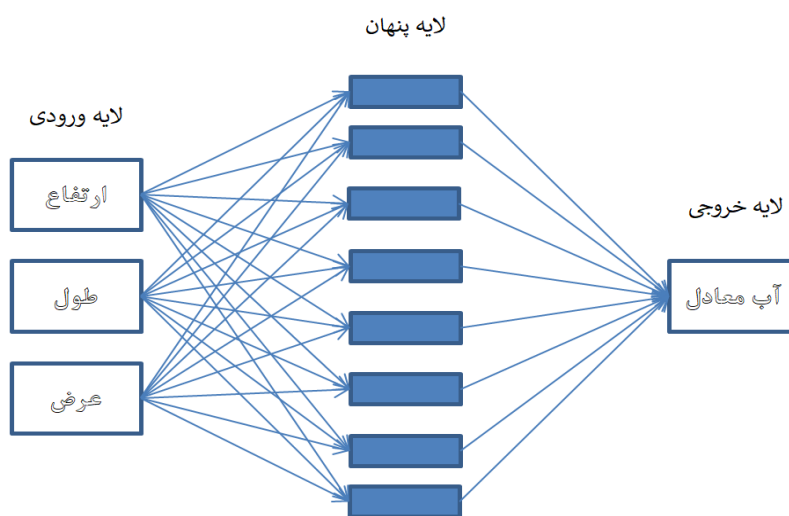
شکل ۷. نمودار رابطه تعداد نرون‌های لایه پنهان میانی با میانگین حداقل‌های MSE

برای لایه پنهان میانی ۸ عدد انتخاب شد. در جدول ۶ تعداد دفعات اجرا، تعداد تکرار و مقادیر MSE نهایی متناظر با تعداد بهینه (۸) نرون‌های لایه پنهان میانی برای مدل شبکه عصبی مصنوعی منتخب آورده شده است.

همان‌طور که در شکل ۷ دیده می‌شود، با افزایش تعداد نرون‌های لایه پنهان، میانگین حداقل‌های MSE کاهش می‌یابد، تا اینکه برای تعداد ۸ نرون، مقدار خطای مزبور به حداقل می‌رسد. بنابراین، در این مطالعه تعداد بهینه نرون‌ها

جدول ۶. مشخصات فرایند یادگیری مدل شبکه عصبی مصنوعی برای انتخاب تعداد بهینه نرون‌های لایه پنهان میانی

آموزش	بهترین شبکه
8	تعداد المان‌های پردازشی
2	تعداد اجرا
127	تعداد تکرار
0.0058	MSE حداقل
0.0058	MSE نهایی

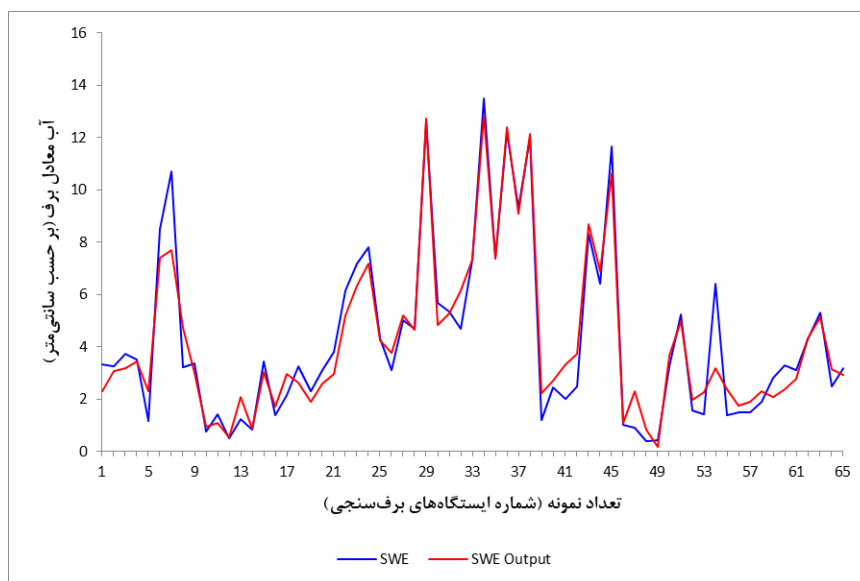


شکل ۸. ساختار شبکه عصبی مصنوعی منتخب

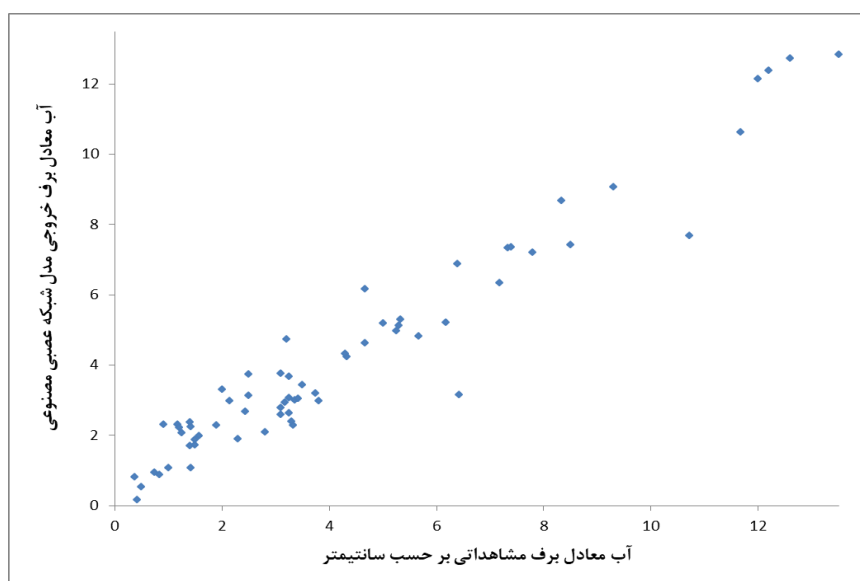
سانتی‌متر) توسط شبکه عصبی مصنوعی منتخب با داده‌های مشاهداتی و مشخصات رگرسیون نتایج شبکه عصبی مصنوعی با مقادیر مشاهداتی آورده شده است (شکل‌های ۹ و ۱۰ و جدول ۷).

بنابراین ساختار مورد نیاز به صورت زیر انتخاب شد (شکل ۸).

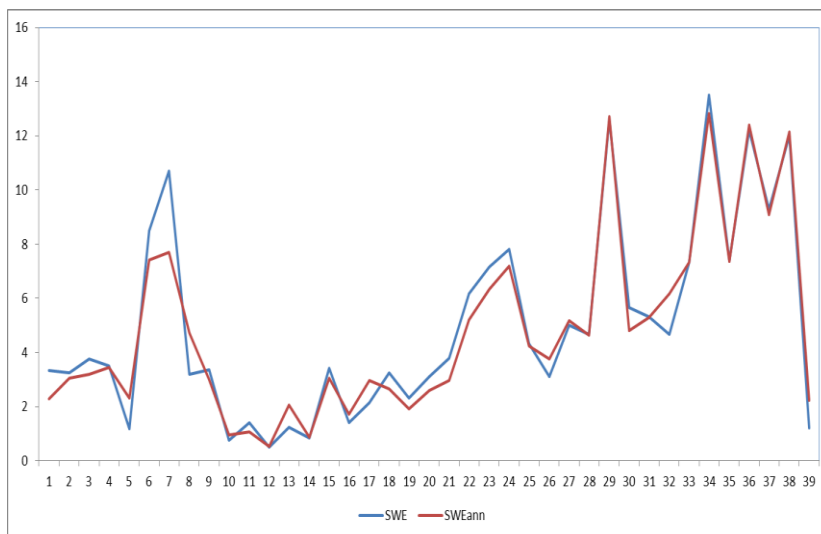
همان‌طور که در شکل ۸ دیده می‌شود، ساختار شبکه عصبی مصنوعی حل مسئله مورد مطالعه ۱-۸-۳ بوده است (یعنی به ترتیب از چپ به راست: تعداد ۳، ۸ و ۱ نرون برای لایه اول ورودی، دوم میانی پنهان و سوم خروجی) با تابع محرک: TanhAxon و الگوریتم یادگیری: Levenberg-Marquardt در ادامه مقایسه نتایج برآورد آب معادل برف



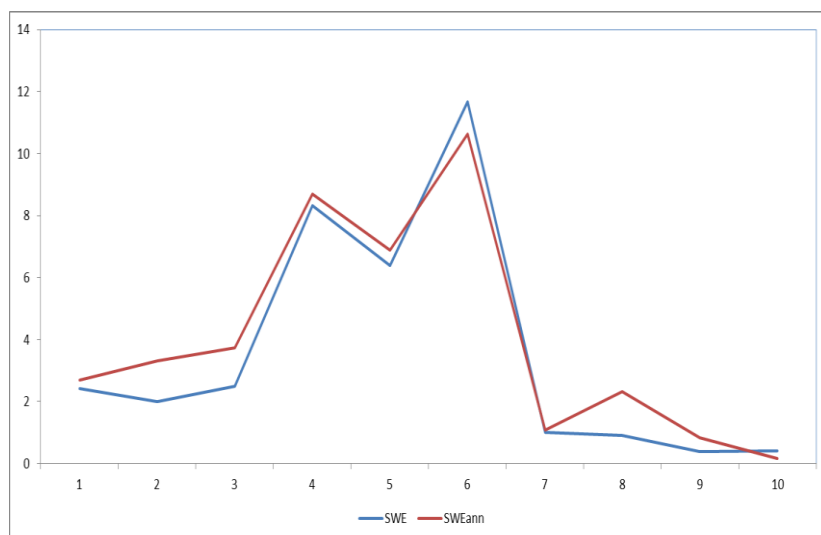
شکل ۹. نمودار خطی مقایسه نتایج شبکه عصبی مصنوعی با واقعیت (خط آبی: مقادیر مشاهداتی؛ خط قرمز: خروجی مدل)



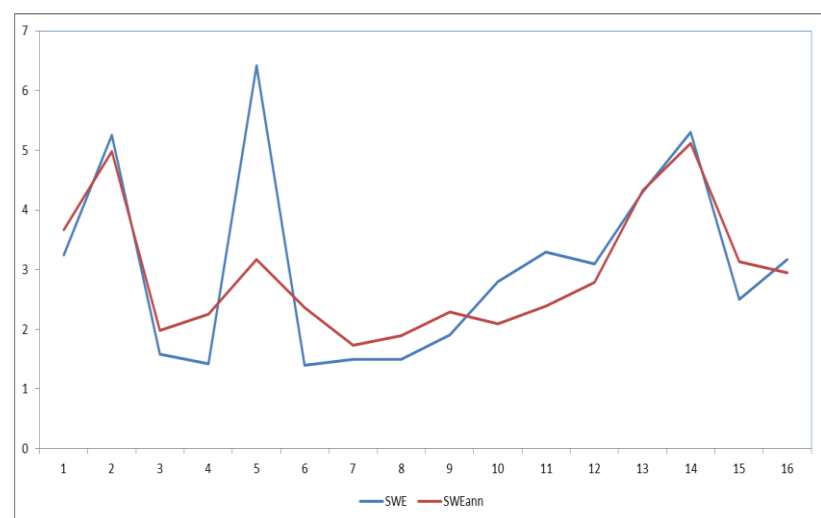
شکل ۱۰. نمودار پراکنش مقایسه نتایج شبکه عصبی مصنوعی با واقعیت



شکل ۱۱. نمودار خطی مقایسه‌ای داده‌های آموزشی



شکل ۱۲. نمودار خطی مقایسه‌ای داده‌های اعتبارسنجی



شکل ۱۳. نمودار خطی مقایسه‌ای داده‌های آزمایشی

جدول ۷. مشخصات رگرسیون نتایج شبکه عصبی مصنوعی با مقادیر مشاهداتی

حداقل خطای مطلق	0.0133	Min Abs Error
حداکثر خطای مطلق	3.2556	Max Abs Error
ضریب همبستگی	0.97	r

نتیجه گیری

استفاده از مختصات کامل در هر حالت بهتر و دقیق تر از تنها گرادیان ارتفاعی آب معادل است. با توجه به مقایسه و نسبت های بهبود نتایج برآورد آب معادل برف توسط رگرسیون دومتغیره (با یک متغیر مستقل: ارتفاع ایستگاه های برف سنجی) و رگرسیون چهارمتغیره (با سه متغیر مستقل: ارتفاع، طول و عرض جغرافیایی ایستگاه های برف سنجی)، کیفیت رگرسیون چهارمتغیره با استفاده از کل مؤلفه های مختصات جغرافیایی به میزان قابل توجهی از رگرسیون صرفاً دومتغیره بهتر است. ضریب تعیین تعدیل شده رگرسیون جدید حدود ۳ برابر رگرسیون قدیم است. یعنی متغیرهای سه گانه طول، عرض و ارتفاع به میزان ۳ برابر بیشتر از فقط متغیر ارتفاع توانایی و قابلیت پیش بینی و تغییرات آب معادل برف را دارند. خطای استاندارد رگرسیون

$$s_e = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_c - x_o)^2}$$

که در آن σ انحراف معیار خطای برآورد رگرسیون، x_c و x_o به ترتیب مقادیر محاسباتی از معادله رگرسیون و مشاهداتی از اندازه گیری ها) به میزان ۱۷ درصد کمتر شده؛ همچنین میزان سطح معناداری رگرسیون جدید ۱۰ هزار برابر کمتر از سطح معناداری رگرسیون قدیم است (توضیح اینکه کاهش سطح معناداری به منزله بهبود نتایج است). استفاده از شبکه عصبی مصنوعی با مشخصات مناسب باعث تدقیق نتایج می شود. با توجه به مقایسه و نسبت بهبود نتایج برآورد آب معادل برف توسط رگرسیون چهارمتغیره (با سه متغیر مستقل: ارتفاع، طول و عرض جغرافیایی ایستگاه های برف سنجی) و شبکه عصبی مصنوعی 3LP:3-8-1، ضریب همبستگی رگرسیون داده های برآوردی با داده های مشاهداتی برای مدل شبکه عصبی مصنوعی حتی از رگرسیون چندگانه خطی هم به مراتب بالاتر است (۰/۹۷ در مقابل ۰/۶۵ یعنی تقریباً ۱/۵ یا به بیانی بهبود ۵۰ درصدی نتایج).

منابع

- [1]. Motamedi A, Sedghi H. Snow hydrology. Arkan Publications, 2013 [Persian].
- [2]. Panahi M, Helali J, Moosavi SA, Kabiri Sh. Principles of snow hydrology. Academic Jihad Publications, 2017 [Persian].
- [3]. Rasouli, A., Adhami, S. Estimation of Snow Water Equivalent by Processing of MODIS Satellite Imageries. Geography and Development, 2007; 5(10): 23-36 [Persian].
- [4]. Jahanbakhsh asl S, Sari Sarraf B, Raziei T, Parandeh khouzani A. An investigation on the spatio-temporal variability of snow season and its start and end dates in the mountainous region of Zagros. Watershed Engineering and Management, 2020; 12(1): 86-106 [Persian].
- [5]. Marofi S, Tabari H, Abyaneh HZ. Predicting spatial distribution of snow water equivalent using multivariate non-linear regression and computational intelligence methods. Water resources management, 2011; 25(5):1417-35.
- [6]. Tabari H, Marofi S, Zare Abyaneh H, Sharifi MR. Comparison of artificial neural network and combined models in estimating spatial distribution of snow depth and snow water equivalent in Samsami basin of Iran. Neural Computing and Applications, 2010; 19(4):625-35.
- [7]. Sedighi F, Vafakhah M, Javadi MR. Application of artificial neural network for snowmelt-runoff (Case study: Latyan Dam Watershed). Journal of Watershed Management Research, 2016; 6(12):43-54 [Persian].
- [8]. Ebdam S, Fathzadeh A, Taghizadeh MR, Mahjoobi J. Digital Mapping of Snow Water Equivalent Using an Artificial Neural Network and Geomorphometric Parameters (Case Study: Sakhvid Watershed, Yazd). Journal of Watershed Management Research, 2016; 7(13):138-149 [Persian].
- [9]. Zare Abyaneh H. Estimation of the spatial distribution of snow water equivalent height and snow density in watersheds of West Azarbijan province. Journal of Water Resources Engineering, 2012; 5:1-12 [Persian].

- [10]. Rezaei A.M., Mohammadi Meybodi A.M. Statistics and Probabilities, Academic Jihad Publications of Isfahan Industrial Unit, 2010-2011 [Persian]
- [11]. Neurosolution software User's Guide, Version 6.01. Neuro Dimension, Inc., USA, 2010.
- [12]. Hosseini SA, Mesgari A, Salari Fonoodi MR. Artificial neural networks in hydrology and meteorology. Azarkalk publications, 2016 [Persian].