

## مدل سازی پاسخ جریان آب زیرزمینی در آبخوان نشتی ساحلی به نوسانات جزر و مد به روش جداسازی متغیرها و تبدیل فوریه

ایرج سعیدپناه<sup>۱\*</sup>، سمیه محمدزاده روفچائی<sup>۲</sup>

۱. استادیار گروه عمران دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشگاه زنجان

(تاریخ دریافت ۱۳۹۶/۰۳/۱۹؛ تاریخ تصویب ۱۳۹۶/۰۴/۲۹)

### چکیده

در این مقاله روابط جدیدی برای مدل سازی تحلیلی پاسخ جریان آب زیرزمینی در آبخوان نشتی ساحلی به نوسانات جزر و مد به روش جداسازی متغیرها و تبدیل فوریه ارائه شده است. نتایج محاسبات حل تحلیلی ارائه شده در این تحقیق نشان می دهد تأثیر جزر و مد در فواصل نزدیک به ساحل بیشتر است و با دور شدن از ساحل، مقدار نوسانات سطح آب زیرزمینی کمتر می شود. با توجه به بررسی انجام شده، افزایش مقدار قابلیت انتقال سبب افزایش هد هیدرولیکی سطح آب زیرزمینی می شود. این تغییرات مادامی که قابلیت انتقال کمتر از  $400 m^2/hr$  است، محسوس تر است اما با چند برابر شدن مقدار قابلیت انتقال، میزان افزایش هد هیدرولیکی سطح آب زیرزمینی کمتر است. همچنین با افزایش مقدار تغذیه هد سطح آب زیرزمینی افزایش می یابد. تأثیر افزایش مقدار قابلیت انتقال و تغذیه بر افزایش هد هیدرولیکی در فواصل نزدیک به ساحل کمتر و در اواسط مسیر در فاصله ۳۰ تا ۷۵ متری از مرز جزر و مدی بیشتر است. علاوه بر این ها، نتایج مدل سازی روابط جدید ارائه شده در این تحقیق با نتایج مدل نرم افزار مادفلو مقایسه شد. این مقایسه نشان داد حل تحلیلی ارائه شده در این پژوهش بسیار کارآمد است.

**کلیدواژگان:** آبخوان نشتی ساحلی، جریان آب زیرزمینی، جزر و مد، حل تحلیلی، روش جداسازی متغیرها و تبدیل فوریه.

## مقدمه

آب‌های سطحی و زیرزمینی در تعامل مداوم از طریق فرایندهای هیدرولوژیکی طبیعی خود هستند و به دلیل تأثیر آنها روی مدیریت و بهره‌گیری منابع آب، اهمیت فراوانی دارند [۱]. رشد جمعیت و بهره‌گیری هر چه بیشتر از منابع آب محققان را بر آن داشت که تحقیقات گسترده‌تری روی آب زیرزمینی و اندرکنش آن در آبخوان‌های مجاور با ساحل و یا آبخوان‌های مجاور رودخانه‌های جزر و مدی انجام دهند؛ به همین علت پاسخ آب زیرزمینی به نوسانات جزر و مدی در موقعیت‌های مختلف هیدروژئولوژی در سال‌های متمادی بررسی شد [۲]. مطالعه هیدرولیک جریان-آبخوان به علت مشکلات متعدد از جمله آلودگی جریان و نظایر آن و همچنین به علت اینکه آبخوان‌ها به صورت هیدرولیکی با دریا، کانال، نهر و رودخانه مجاورشان تبادل جریان دارند، مورد توجه است. بنابراین، مطالعه رفتار دینامیکی جریان آب زیرزمینی کارکرد مهمی در حل بسیاری از مشکلات هیدرولوژیکی، محیط زیست و مهندسی ساحل دارد. برای مثال، خصوصیات آبخوان ساحلی، نفوذ آب شور، آلودگی دریایی، پایداری شیب و حفظ ساختار در امتداد ساحل تحت تأثیر اندرکنش جریان آب زیرزمینی با ساحل هستند [۳]. جاکوب (۱۹۵۰) راه حل تحلیلی برای آبخوان بسته ساحلی یک‌بعدی خط ساحل عمودی در سمت راست آبخوان دارد [۴]. فریز (۱۹۵۱) حل تحلیلی برای توصیف نوسانات آب زیرزمینی ناشی از جزر و مد موجود در آبخوان بسته ارائه کرد و از آن به عنوان پایه‌ای برای تخمین قابلیت انتقال استفاده کرد [۵]. وندر کمپ (۱۹۷۲) برای نشان دادن نوسانات آب زیرزمینی آبخوان بسته، که به‌طور نامحدود زیر دریا توسعه یافته است، یک حل تحلیلی را توسعه داد [۶].

تانگ و جایو (۲۰۰۱) حل تحلیلی دوبعدی برای آبخوان نشستی در مجاورت مرز آبی نوسان‌دار ارائه کردند و نشان دادند دامنه جزر و مد آب زیرزمینی و همچنین فاصله‌ای که بیش از آن آب دریا سبب نوسانات سطح آب زیرزمینی در آبخوان می‌شود، هر دو به‌طور قابل توجهی به دلیل نشت کاهش می‌یابند [۷]. لی و جایو (۲۰۰۱) راه حل تحلیلی برای جزر و مد آب‌های زیرزمینی ناشی از

نوسانات در آبخوان نشستی ساحلی، که زیر دریا گسترش یافته است، ارائه کردند و تأثیرات جزر و مد، طول گسترش زیر دریا و نشت ناشی از لایه نیمه‌تراوا در نوسانات آب‌های زیرزمینی را بررسی کردند [۸]. لی و جایو (۲۰۰۲) یک راه حل ساده تقریبی بدون انتگرال را ارائه کردند. تجزیه و تحلیل خطا توسط آنها نشان داد راه حل تقریبی آنها دقت کافی برای پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی و برآورد پارامترهای سیستم آبخوان نشستی با مرز L شکل را دارد [۹]. در پی آن لی و جایو (۲۰۰۳) از حل تحلیلی برای شناسایی جزر و مد ناشی از گردش آب دریا - آب زیرزمینی در یک سیستم آبخوان نشستی چندلایه استفاده کردند و با مقایسه آن با حل تقریبی پرتوربیشن به این نتیجه رسیدند که در مکان‌هایی به دور از خط ساحلی حل تقریبی تطابق خوبی با حل ارائه‌شده دارد [۱۰]. لی و همکارانش (۲۰۰۷) حل تحلیلی برای آبخوان بسته محدود با خط ساحلی نشستی معرفی کردند و نشان دادند این حل تحلیلی همچنین می‌تواند برای توصیف گسترش موج جزر و مدی ناشی از رودخانه در آبخوان بسته‌ای که به‌طور نامحدود زیر رودخانه گسترش یافته است، استفاده شود [۱۱]. جئو و همکارانش (۲۰۰۷) راه حل تحلیلی برای مطالعه جزر و مد ناشی از نوسانات سطح آب‌های زیرزمینی در سیستم‌های چندلایه آبخوان ساحلی ارائه دادند [۱۲]. جئو و همکارانش (۲۰۱۰) حل تحلیلی برای آبخوان بسته شامل دو منطقه با مشخصات هیدروژئولوژی مختلف ارائه و پاسخ آب زیرزمینی به نوسانات در مناطق ساحلی تحت تأثیر احیای اراضی را بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که دامنه نوسان سطح آب زیرزمینی وقتی نسبت به پارامترهای هیدرولیکی دو منطقه بزرگ‌تر شود، زیادتر می‌شود [۱۳]. هوانگ و همکارانش (۲۰۱۲) یک مدل ریاضی برای توصیف هد آب زیرزمینی در آبخوانی با جزیره طولانی و باریک با اثر جزر و مدی دوگانه در مرز چپ و راست توسعه دادند. طبق نتایج بررسی آنها اگر ضخامت جزیره بزرگ باشد، مدل ریاضی تقریباً جواب‌های یکسانی برای شرایط مرزی دوگانه و حالتی که فقط یکی از طرفین جزیره محدود به شرایط جزر و مدی است، می‌دهد [۱۴]. اخیراً سعیدپناه و گل‌محمدی (۲۰۱۷) حل‌های تحلیلی جدیدی را برای آبخوان مجاور با چندین رودخانه و همچنین بین دو رودخانه موازی ارائه دادند [۱۵ و ۱۶].

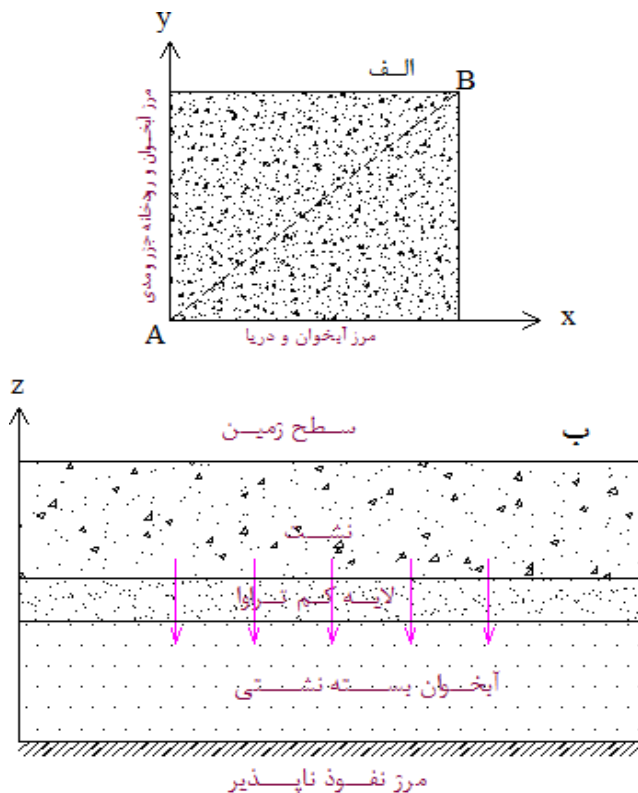
وسیله نوآوری ترکیب دو روش جداسازی متغیرها و تبدیل فوریه به صحت سنجی این روابط جدید به وسیله مدل مادفلو پرداخته شود و کارآمد بودن روابط جدید ارائه شده در این مقاله در هیدرولیک آبخوان های ساحلی بررسی شود.

**مواد و روش ها**

آبخوان بسته نشتی، همگن و ایزوتروپ با ضخامتی ثابت مطابق شکل ۱ در نظر گرفته شده است. سیستم مختصات به صورت  $(x, y, z)$  است. خط ساحلی این آبخوان L شکل در قسمت های مثبت محور مختصات واقع شده است.

بنابراین، راه حل های تحلیلی ارائه شده توسط محققان به عنوان ابزار مناسبی برای بررسی پاسخ جریان آب زیرزمینی به تغییرات سطح آب تحت شرایط مختلف هیدروژئولوژیکی استفاده می شوند.

در این تحقیق پس از بررسی هیدرولیک آبخوان های ساحلی با شرایط مرزی مختلف، حل های تحلیلی جدید دوبعدی برای مدل سازی جریان آب زیرزمینی در ساحل ارائه شده است. بنابراین، در این مقاله حل تحلیلی دوبعدی جدیدی برای معادله آبخوان نشتی با شرایط مرزی جزر و مدی برای آبخوان ساحلی L شکل ارائه شده است. هدف از پژوهش حاضر این است که علاوه بر ارائه روابط جدید به



شکل ۱. شماتیک آبخوان بسته نشتی L شکل  
الف) پلان آبخوان و ب) مقطع آبخوان

که در آن  $h$  هد هیدرولیکی در آبخوان بسته،  $T$  قابلیت انتقال،  $S$  ضریب ذخیره آبخوان بسته،  $W$  تغذیه از بالا،  $x, y$  مختصات و  $t$  زمان هستند. در یک طرف آبخوان  $(y = 0, x > 0)$  که نشان دهنده مرز آبخوان و دریاست، شرایط مرزی جزر و مدی ثابتی به شکل زیر در نظر گرفته شده است:

معادله حاکم بر آبخوان نشتی با تغذیه از بالا و شرایط مرزی همراه و توأم با آن که در مجموع نشان دهنده معادله حاکم بر آبخوان نشتی ساحلی در حالت دوبعدی است، در زیر آورده شده است:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{W}{T} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \tag{1}$$

شده است. با در نظر گرفتن اصل برهم نهی، معادله به صورت زیر تعریف می شود:

$$H(X, Y) = H_1(X, Y) + H_2(X, Y) \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 H_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 H_1}{\partial Y^2} + \beta H_1 = E \quad (13)$$

$$H_1(\cdot, Y) = 0 \quad (14)$$

$$H_1(1, Y) = 0 \quad (15)$$

$$H_1(X, \cdot) = 1 \quad (16)$$

$$H_1(X, 1) = 0 \quad (17)$$

با استفاده از روش جداسازی متغیرها داریم:

$$\frac{F''(X)}{F(X)} = -\frac{G''(Y)}{G(Y)} - \beta = K \quad (18)$$

k برابر با عدد ثابتی است. بنابراین داریم:

$$F'' - KF = 0 \quad (19)$$

$$F(\cdot) = 0, \quad F(1) = 0$$

بنابراین به ازای مقادیر مختلف k معادله (۱۹) را حل و بررسی می کنیم.

برای k برابر با صفر داریم:

$$K = 0 \rightarrow F'' = 0 \rightarrow F(x) = ax + b$$

که قابل قبول نیست.

برای k برابر با مقادیر بزرگتر از صفر داریم:

$$K = \mu^2 > 0 \rightarrow F'' - KF = 0$$

$$\rightarrow F(x) = a \cosh \mu x + b \sinh \mu x$$

$$F(0) = 0 \rightarrow a = 0 \rightarrow F(x) = b \sinh \mu x$$

$$F(L) = 0 \rightarrow b \sinh \mu L = 0$$

چون  $\mu, L$  هر دو مخالف صفر هستند، بنابراین

$$b = F = 0 \text{ می شود که مورد قبول نیست.}$$

برای k برابر با مقادیر کوچکتر از صفر داریم:

$$K = -\mu^2 < 0 \rightarrow F(X) = A \cos \mu X + B \sin \mu X$$

$$F(\cdot) = 0 \rightarrow A = 0 \rightarrow F(x) = B \sin \mu X \quad (20)$$

$$F(1) = 0 \rightarrow F(1) = B \sin \mu = 0$$

برای اینکه  $F(X) \neq 0$  شود، باید  $B \neq 0$  و  $\sin \mu = 0$  باشد.

$$\sin \mu = 0 \rightarrow \mu = n\pi \rightarrow K = -n^2 \pi^2 \quad (21)$$

$$F_n(X) = \sin(n\pi X) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (22)$$

بنابراین داریم:

$$H_1(X, Y) = \sum_{n=1}^{\infty} G_n(Y) \cdot \sin(n\pi X) \quad (23)$$

با قراردادن معادله ۲۳ در ۱۳ داریم:

$$h(x, \cdot, t) = A \cos(\omega t + c) = A \operatorname{Re}[e^{i(\omega t + c)}] \quad (2)$$

که در آن  $i = \sqrt{-1}$  و  $\operatorname{Re}$  نشان دهنده بخش حقیقی تابع مد نظر است.

همچنین در مرز دیگر آبخوان ( $x=0, y>0$ ) که نشان دهنده مرز رودخانه جزر و مدی است، شرایط مرزی جزر و مدی متغیری به شکل زیر در نظر گرفته شده است [۱۷ و ۱۸].

$$h(\cdot, y, t) = A e^{-k_e y} \cos(\omega t - k_{ei} y + c) = A \operatorname{Re}[e^{-k_e y + i(\omega t + c)}] \quad (3)$$

$$h(L, y, t) = 0 \quad (4)$$

$$h(x, L, t) = 0 \quad (5)$$

که در آن  $K_{er}, k_e = k_{er} + ik_{ei}$  ضریب دامنه نوسان،  $K_{ei}$  عدد نوسان در موج های جزر و مدی رودخانه،  $A$  دامنه نوسان،  $\omega$  زاویه فرکانس موج جزر و مدی،  $c$  تغییر فاز موج جزر و مدی،  $X, Y$  مختصات،  $L$  طول آبخوان و  $t$  زمان است و معادلات ۴ و ۵ شرایط مرزی با هد هیدرولیکی برابر با صفر را نشان می دهند.

برای حل معادله ۱ تحت شرایط مرزی داده شده متغیرهای بدون بعد  $X, Y$  در نظر گرفته شده اند و در نتیجه:

$$h(X, Y, t) = A \operatorname{Re}[H(X, Y) e^{i(\omega t + c)}] \quad (6)$$

پس از جای گذاری در روابط اصلی و ساده سازی، روابط زیر را خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial Y^2} + \beta H = E \quad (7)$$

$$H(X, \cdot) = 1 \quad (8)$$

$$H(\cdot, Y) = e^{-k_e Y} \quad (9)$$

$$H(1, Y) = 0 \quad (10)$$

$$H(X, 1) = 0 \quad (11)$$

که در آن  $H(X, Y)$  تابعی بدون بعد است و  $E = -L^2 \left(\frac{W}{T}\right) \beta = -i\omega L^2 \left(\frac{S}{T}\right)$  در نظر گرفته شده اند.

### حل تحلیلی

شرایط مرزی ناهمگن یاد شده مسئله به دو بخش با شرایط مرزی همگن تقسیم شده و به این منظور از روش های جداسازی متغیرها و تبدیل فوریه به شکل ترکیبی استفاده

$$H_1(X, Y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \sinh(\sqrt{\alpha} Y) + b_n \cosh(\sqrt{\alpha} Y) - \frac{\gamma E}{n\pi\alpha} [1 - \cos(n\pi)] \sin(n\pi X) \right] \quad (26)$$

برای محاسبه ثابت‌های معادله یادشده از شرایط معادلات ۱۶ و ۱۷ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$H_1(X, Y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma}{n\pi} (1 - \cos n\pi) \left[ \frac{E}{\alpha \sinh \sqrt{\alpha}} - \left( \frac{E}{\alpha} + 1 \right) \coth \sqrt{\alpha} \right] \sinh(\sqrt{\alpha} Y) + \left[ \left( \frac{E}{\alpha} + 1 \right) \cosh(\sqrt{\alpha} Y) - \frac{E}{\alpha} \right] \sin(n\pi X) \quad (27)$$

در اینجا  $\tilde{H}_2(X, w)$  تبدیل فوریه سینوسی تابع  $H_2(X, Y)$  و پارامتر انتقال هستند. با استفاده از شرایط معادله اصلی به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$\frac{\partial^2 \tilde{H}_\gamma(X, w)}{\partial X^2} - ((w\pi)^2 - \beta) \tilde{H}_\gamma(X, w) = E \left( \frac{1 - \cos(\pi w)}{w} \right) \quad (33)$$

در معادله یادشده  $\lambda^2 = ((w\pi)^2 - \beta)$  در نظر گرفته شده است و با حل این معادله دیفرانسیل مرتبه دوم داریم:

$$\tilde{H}_\gamma(X, w) = C \cosh \lambda X + D \sinh \lambda X - \frac{E[1 - \cos(\pi w)]}{w\lambda^2} \quad (34)$$

مقادیر ثابت  $C, D$  با گرفتن تبدیل فوریه سینوسی از معادلات ۲۹ و ۳۰ به دست آمد.

$$C = \frac{w\pi^2}{(k_e L)^2 + (\pi w)^2} [1 - e^{-k_e L} \cos(\pi w)] + \frac{E[1 - \cos(\pi w)]}{w\lambda^2} \quad (35)$$

$$D = E[1 - \cos(\pi w)] \frac{(c \sec \lambda - \coth \lambda)}{w\lambda^2} - \left[ \frac{w\pi^2}{(k_e L)^2 + (\pi w)^2} (1 - e^{-k_e L} \cos(\pi w)) \right] \coth \lambda \quad (36)$$

و با گرفتن تبدیل فوریه معکوس داریم:

$$H_\gamma(X, Y) = \frac{\gamma}{\pi} \sum_{w=1}^{\infty} \left[ C \cosh \lambda X + D \sinh \lambda X - \frac{E[1 - \cos(\pi w)]}{w\lambda^2} \right] \sin(\pi w Y) \quad (37)$$

جریان آب زیرزمینی در آبخوان ساحلی به نوسانات جزر و مدی به روش جداسازی متغیرها و تبدیل فوریه را به صورت زیر ارائه می‌کنیم:

$$h(X, Y, t) = A \operatorname{Re} \left[ \frac{\gamma}{\pi} \sum_{w=1}^{\infty} \left[ C \cosh \lambda X + D \sinh \lambda X - \frac{E[1 - \cos(\pi w)]}{w\lambda^2} \right] * \sin(\pi w Y) \right] \quad (38)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \sinh(\sqrt{\alpha} Y) + b_n \cosh(\sqrt{\alpha} Y) - \frac{\gamma E}{n\pi\alpha} [1 - \cos(n\pi)] \right] * \sin(n\pi X) e^{i(\omega t + c)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} [G_n''(Y) - \alpha G_n'(Y)] \sin(n\pi X) = E \quad (24)$$

$$\alpha = -(K + \beta) > 0$$

با به کارگیری بسط سینوسی فوریه داریم:

$$G_n''(Y) - \alpha G_n'(Y) = \frac{\gamma E}{n\pi} [1 - \cos(n\pi)] \quad (25)$$

برای ارائه حل تحلیلی قسمت دوم معادله ۱۲ از تبدیل فوریه استفاده شده است.

$$\frac{\partial^2 H_\gamma}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 H_\gamma}{\partial Y^2} + \beta H_\gamma = E \quad (28)$$

$$H_\gamma(\cdot, Y) = e^{-K} e^{LY} \quad (29)$$

$$H_\gamma(1, Y) = 0 \quad (30)$$

$$H_\gamma(X, 0) = 0 \quad (31)$$

$$H_\gamma(X, 1) = 0 \quad (32)$$

در دامنه  $Y$  شرایط مرزی همگن و جملات این تابع همگی نسبت به متغیر  $Y$  از مرتبه زوج هستند و شرایط مرزی مسئله مقدار تابع را به ازای این متغیر در ابتدا و انتهای بازه مشخص می‌کند. بنابراین، تبدیل فوریه سینوسی متناهی برای ارائه حل تحلیلی این بخش به کار گرفته شده است.

با قراردادن روابط ۲۷ و ۳۷ در رابطه ۱۲ و در نهایت با قراردادن رابطه ۱۲ در رابطه ۶ روابط جدید دوعدی ارائه شده در این پژوهش برای مدل سازی تحلیلی پاسخ

## نتایج و بحث

به‌طور کلی، هرچه از مرز جزر و مدی دورتر می‌شویم، نوسانات سطح آب زیرزمینی شکل منظم‌تری به خود می‌گیرد. همچنین هر چه قدر از ساحل دور می‌شویم، موج‌هایی با دامنه نوسان کوچک‌تر ایجاد می‌شود.

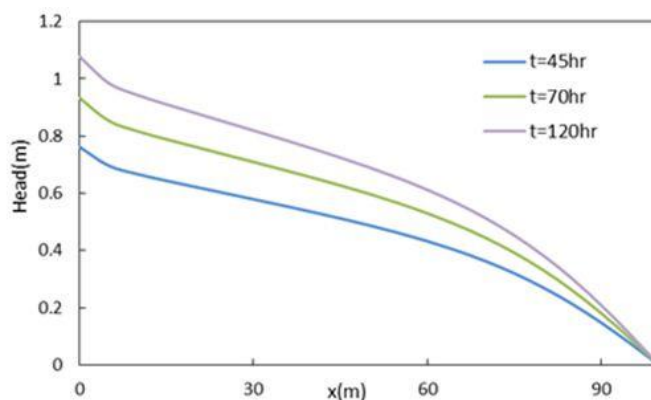
جدول ۱. پارامترهای استفاده‌شده در حل تحلیلی و عددی

پارامترها	مقادیر
$A(m)$	۰/۳۴۲
$L(m)$	۱۰۰
$T(m^2 / hr)$	۷۰۰
$\omega(hr^{-1})$	۰/۲۶۱۸
$S$	۰/۰۰۲
$k_{ei}(m^{-1})$	$۱/۶۷ * ۱۰^{-۶}$
$k_{er}(m^{-1})$	$۵/۴۸ * ۱۰^{-۶}$
$c$	۰

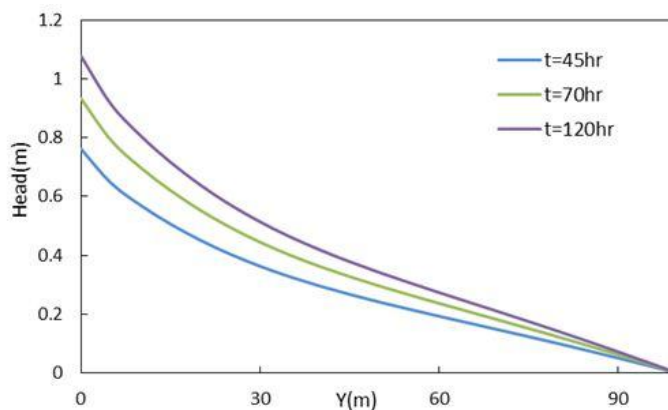
نتایج مدل‌سازی روابط جدید دوبعدی در این پژوهش با در نظر گرفتن پارامترهای واقعی جدول ۱ که مربوط به خلیج Apalachicola در فلوریدا [۱۷] است، در شکل‌های ۲ تا ۷ ارائه شده است. همچنین مدل‌سازی این مسئله در نرم‌افزار مادفلو به منظور مقایسه نتایج روابط جدید دوبعدی با نتایج نرم‌افزار مادفلو هم به صورت نموداری در شکل‌های ۸ و ۹ و هم به صورت مقایسه مقادیر نتایج در جدول‌های ۲ و ۳ ارائه شده است.

در شکل‌های ۲ و ۳ مقدار تغییر هد هیدرولیکی در زمان‌ها و در فواصل مختلف از ساحل نشان داده شده است. با توجه به ماهیت جزر و مدی جریان میزان نوسان طی زمان متفاوت است و با دور شدن از ساحل، مقدار نوسانات سطح آب زیرزمینی کاهش می‌یابد.

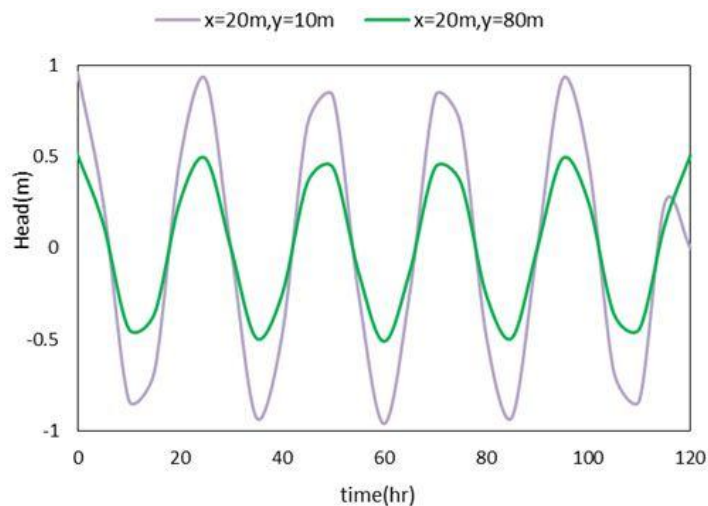
در شکل‌های ۴ و ۵ نوسانات سطح آب زیرزمینی در فواصل مختلف از ساحل بر حسب زمان مشاهده می‌شود.



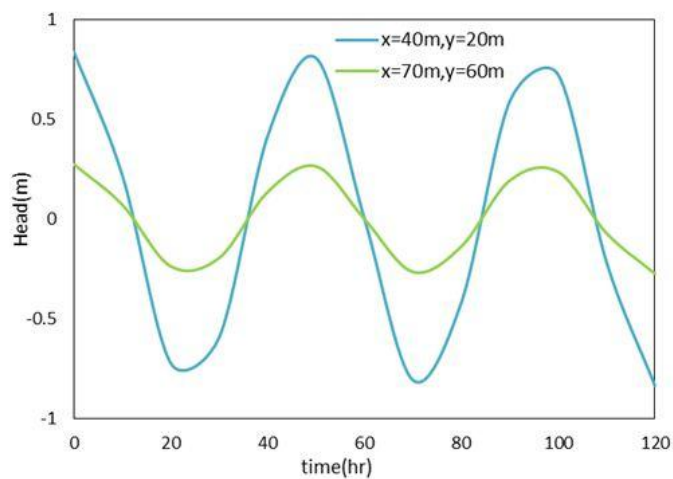
شکل ۲. هد سطح آب برای مقادیر مختلف  $t$  در  $y=30m$



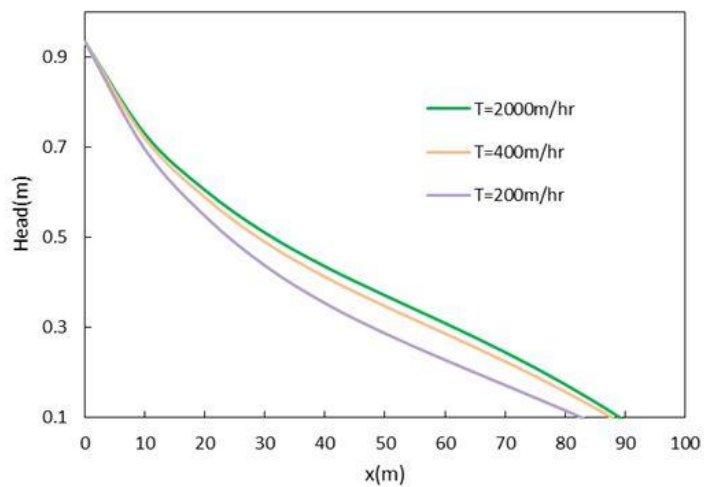
شکل ۳. هد سطح آب برای مقادیر مختلف  $t$  در  $x=70m$



شکل ۴. نوسانات سطح آب در فواصل مختلف از ساحل



شکل ۵. نوسانات سطح آب در فواصل مختلف دیگر از ساحل

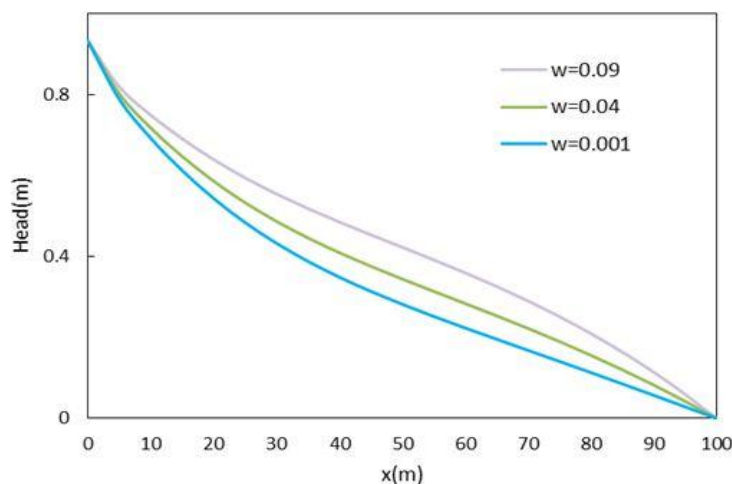


شکل ۶. تأثیرات ضریب انتقال روی هد آب زیرزمینی در  $t=70hr$  و  $y=70m$

فواصل نزدیک به ساحل کمتر و در اواسط مسیر در فاصله ۳۰ تا ۷۵ متری از مرز جزر و مدی، بیشتر است. برای صحت‌سنجی روابط جدید ارائه‌شده در این پژوهش از نرم‌افزار مادفلو استفاده شده است. بنابراین، محاسبات برای دو مقدار مختلف  $\Delta x = \Delta x = 2m$  و  $\Delta x = \Delta x = 0.5m$  انجام شد. فاصله زمانی در نظر گرفته‌شده برای مادفلو یک ساعت است. همچنین از بسته جریان LPF و روش PCG2 برای حل معادله جریان استفاده شده است. مقایسه نتایج روابط جدید ارائه‌شده با نتایج نرم‌افزار مادفلو در جدول‌های ۲ و ۳ آورده شده است. همچنین با توجه به شکل‌های ۸ و ۹ مشاهده می‌شود که نتایج روابط جدید دوبعدی و نرم‌افزار مادفلو تطابق خوبی با هم دارند و هر چه شبکه‌بندی ریزتر می‌شود، نتایج بهتری از مادفلو را می‌توان مشاهده کرد.

برای بررسی تأثیر قابلیت انتقال بر هد آب زیرزمینی، در فاصله‌ای از مرز جزر و مدی در طول ساحل و در زمانی مشخص، هد سطح آب زیرزمینی برای مقادیر مختلف قابلیت انتقال محاسبه شد. با توجه به شکل ۶ مشاهده می‌شود که افزایش مقدار قابلیت انتقال سبب افزایش هد هیدرولیکی سطح آب زیرزمینی می‌شود. این تغییرات مادامی که قابلیت انتقال کمتر از  $400m^2/hr$  است، محسوس‌تر است اما با چندبرابری مقدار قابلیت انتقال میزان افزایش در هد هیدرولیکی سطح آب زیرزمینی کمتر است.

با توجه به شکل ۷ مشاهده می‌شود که افزایش مقدار تغذیه، سبب افزایش هد هیدرولیکی سطح آب زیرزمینی می‌شود. همچنین با توجه به شکل‌های ۶ و ۷ تأثیر افزایش مقدار قابلیت انتقال و تغذیه بر افزایش هد هیدرولیکی در



شکل ۷. تأثیرات تغذیه روی هد آب زیرزمینی در  $t=70hr$  و  $y=70m$

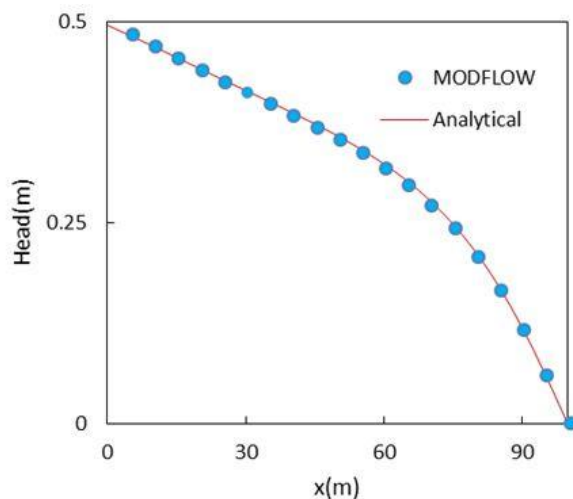
جدول ۲. مقایسه حل تحلیلی و عددی برای  $\Delta x = \Delta y = 2m$  در  $t = 20hr$ ,  $y = 26m$

$x(m)$	$h(m)$ Analytical	$h(m)$ MODFLOW	Error
۰	۰/۵۰۹۵۰	۰/۵۲۱۵۰	-۰/۰۱۲۰۰
۱۲	۰/۴۶۳۰۴	۰/۴۶۱۹۶	۰/۰۰۱۰۹
۲۴	۰/۴۲۸۳۷	۰/۴۲۵۷۷	۰/۰۰۲۶۱
۳۶	۰/۳۹۴۷۵	۰/۳۹۱۰۲	۰/۰۰۳۷۳
۴۸	۰/۳۵۹۵۹	۰/۳۵۴۸۷	۰/۰۰۴۷۲
۶۰	۰/۳۱۷۸۷	۰/۳۱۲۲۹	۰/۰۰۵۵۸
۷۲	۰/۲۶۰۸۶	۰/۲۵۴۷۶	۰/۰۰۶۱۰
۸۴	۰/۱۷۴۶۸	۰/۱۶۹۳۰	۰/۰۰۵۳۹
۹۶	۰/۰۴۸۴۵	۰/۰۴۶۶۶	۰/۰۰۱۷۹

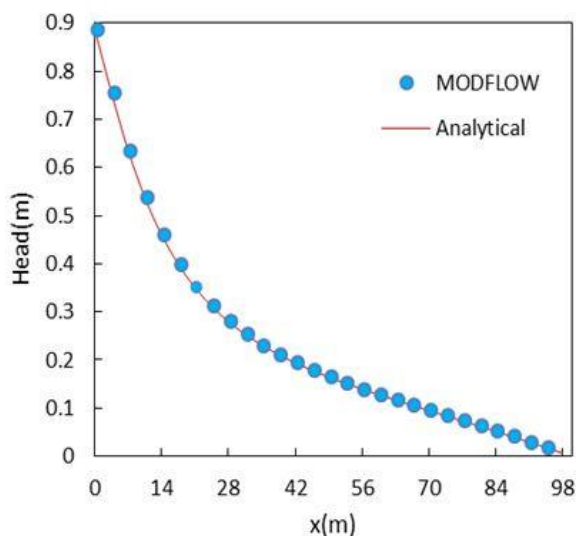


جدول ۳. مقایسه حل تحلیلی و عددی برای  $\Delta x = \Delta y = 0.5m$  در  $t = 50hr$  ,  $y = 85m$

$x(m)$	$h(m)$ Analytical	$h(m)$ MODFLOW	Error
۱۴	۰/۴۵۹۴۷	۰/۴۵۵۷۵	۰/۰۰۳۷۲
۲۱	۰/۳۵۰۳۱	۰/۳۴۶۷۳	۰/۰۰۳۵۸
۲۸	۰/۲۷۹۷۰	۰/۲۷۶۵۳	۰/۰۰۳۱۷
۳۵	۰/۲۳۰۷۰	۰/۲۲۷۹۵	۰/۰۰۲۷۶
۴۲	۰/۱۹۴۱۱	۰/۱۹۱۷۲	۰/۰۰۲۳۹
۴۹	۰/۱۶۴۷۸	۰/۱۶۲۷۱	۰/۰۰۲۰۷
۵۶	۰/۱۳۹۶۱	۰/۱۳۷۸۳	۰/۰۰۱۷۸
۷۰	۰/۰۹۴۹۹	۰/۰۹۳۷۷	۰/۰۰۱۲۲
۸۴	۰/۰۵۱۸۷	۰/۰۵۱۲۰	۰/۰۰۰۶۷
۹۸	۰/۰۰۶۷۱	۰/۰۰۶۶۲	۰/۰۰۰۰۸



شکل ۸. مقایسه حل تحلیلی و عددی برای  $\Delta x = \Delta y = 2m$  و  $t = 20hr$  ,  $y = 26m$



شکل ۹. مقایسه حل تحلیلی و عددی برای  $\Delta x = \Delta y = 0.5m$  و  $t = 50hr$  ,  $y = 85m$

International Assoc. of Scientific Hydrology. 1951; 33, 148-155.

- [6]. Van Der Kamp G. Tidal fluctuations in a confined aquifer extending under the sea, 24th International Geological Conference, Montreal, Quebec, Canada. 1972; 11: 101-106.
- [7]. Tang Z.H, Jiao J.J. A two-dimensional analytical solution for groundwater flow in a leaky confined aquifer system near open tidal water. *Hydrological Process.* 2001; 15(4):573-585.
- [8]. Li H, Jiao J.J. Tide-induced groundwater fluctuation in a coastal leaky confined aquifer system extending under the sea. *water resources research.* 2001; 37(5): 1165-1171.
- [9]. Li H, Jiao J.J. Tidal groundwater level fluctuations in L-shaped leaky coastal aquifer system. *Journal of Hydrology.* 2002; 268(1- 4): 234-243.
- [10]. Li H, Jiao J. J. Tide-induced seawater-groundwater circulation in a multi-layered coastal leaky aquifer system. *Journal of Hydrology.* 2003; 274(1- 4):211-224.
- [11]. Li H, Li G, Cheng J, Boufadel M. C. Tide-induced head fluctuations in a confined aquifer with sediment covering its outlet at the sea floor. *water resources research.* 2007; 43(3): W03404, *Doi:10.1029/2005WR004724.*
- [12]. Guo Q. N, Li H. L, Boufadel M. C, xia Y, Li G. Tide-induced groundwater head fluctuation in coastal multi-layered aquifer systems with a submarine outlet capping. *Advances in Water Resources.* 2007; 30(8):1746-1755.
- [13]. Guo H. P, Jiao J. J, Li HL. Groundwater response to tidal fluctuation in a two-zone aquifer. *Journal of Hydrology.* 2010; 381(3-4):364-371.
- [14]. Huang C.S, Yeh H.D, Chang C.H. A general analytical solution for groundwater fluctuations due to dual tide in long but narrow islands. *water resources research.* 2012; 48(5): W05508, *Doi:10.1029/2011WR011211.*
- [15]. Saeedpanah I, GolmohamadiAzar R, New Analytical Expressions for Two-Dimensional Aquifer Adjoining with Streams of Varying Water Level. *Water Resources Management.* 2017; 31(1): 403-424.
- [16]. Saeedpanah I, GolmohamadiAzar R, New Analytical Solutions for Unsteady Flow in a Leaky Aquifer between Two Parallel Streams. *Water Resources Management.* 2017; 31(7): 2315-2332.

## نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل‌سازی تحلیلی پاسخ جریان آب زیرزمینی در آبخوان ساحلی به نوسانات جزر و مدی با ارائه روابط جدید به روش جداسازی متغیرها و تبدیل فوریه ارائه شد. آبخوان بسته در مجاور ساحل جزر و مدی واقع شده است. مدل ریاضی به پارامترهای هدایت هیدرولیکی، ذخیره ویژه، دامنه نوسان، طول آبخوان و... برای مدل‌سازی سطح آب زیرزمینی نیاز دارد. روابط جدید ارائه‌شده در این پژوهش توانایی مدل‌سازی اثر تغییر در سطح آب ناشی از نوسانات ساحل، رودخانه، دریا و... را دارد. همچنین بررسی تأثیر قابلیت انتقال روی آبخوان نشان داد با افزایش قابلیت انتقال میزان هد آب زیرزمینی افزایش می‌یابد. این افزایش هد هیدرولیکی در اواسط مسیر بیشتر است. تأثیر تغذیه روی هد هیدرولیکی در سطح آبخوان چشمگیر است و با افزایش میزان تغذیه، هد هیدرولیکی افزایش می‌یابد و این تغییرات بیشتر شامل اواسط مسیر است. همچنین صحت‌سنجی نتایج به‌دست‌آمده از روابط جدید ارائه‌شده در این تحقیق (با استفاده از پارامترهای واقعی) با نتایج به‌دست‌آمده از مادفلو نشان داد نتایج حل تحلیلی روابط جدید دوبعدی ارائه‌شده در این تحقیق و نرم‌افزار مادفلو تطابق بسیار خوبی با هم دارند. بنابراین، روابط جدید دوبعدی ارائه‌شده در این پژوهش قابلیت مدل‌سازی دقیق پاسخ جریان آب زیرزمینی در آبخوان‌های ساحلی به نوسانات جزر و مدی در ساحل را دارند.

## منابع

- [1]. Sophocleous M. Interactions between groundwater and surface water: the state of the science. *Hydrogeology Journal.* 2002; 10: 52-67.
- [2]. Dong L, Chen J, Fu C. Jiang H. Analysis of groundwater-level fluctuation in a coastal confined aquifer induced by sea-level variation. *Hydrogeology Journal.* 2012; 20: 719-726.
- [3]. Chuang M.H, Yeh H.D. An analytical solution for the head distribution in a tidal leaky confined aquifer extending an infinite distance under the sea. *Advances in Water Resources.* 2007; 30(3): 439-445.
- [4]. Jacob C. E, Flow of groundwater; In: *Engineering Hydraulics.* New York: John Wiley;1950.
- [5]. Ferris J.G. Cyclic fluctuations of water level as a basis for determining aquifer transmissibility.

[17]. Sun H. A two-dimensional analytical solution of groundwater response to tidal loading in an estuary. *water resources research*. 1997; 33(6): 1429-1435.

[18]. Li L, Barry D.A, Cunningham C, Stagnitti F, Parlange J.Y. A two dimensional analytical solution of groundwater response to tidal loading in an estuary and ocean. *Advances in Water Resources*. 2000; 23(8): 825-833.