

مدل ریاضی اثر پایین آمدن سطح آب رودخانه بر جریان غیر دائمی آب زیرزمینی در آبخوان نشستی به روش تفکیک متغیرها

ایرج سعیدپناه^{۱*}، سمیه محمدزاده روفچائی^۲

۱. استادیار گروه عمران دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشگاه زنجان

(تاریخ دریافت ۱۳۹۶/۱۰/۳۰؛ تاریخ تصویب ۱۳۹۷/۰۲/۳۰)

چکیده

به منظور مدل سازی جریان آب زیرزمینی می توان از روش های عددی و تحلیلی بهره مند شد. در پژوهش حاضر با به کارگیری مدل ریاضی و استفاده از روش تفکیک متغیرها آثار پارامترهای مختلف بر آبخوان نشستی بررسی شده است. این آبخوان در مجاورت رودخانه واقع و دچار افت سطح جریان در مرز می شود. مقایسه تغییرات هد هیدرولیکی نشان می دهد با گذشت زمان، تغییرات سطح آب در آبخوان کمتر می شود و آبخوان خود را با شرایط جدید وفق می دهد. با افزایش ضریب هدایت هیدرولیکی، سطح جریان در آبخوان کاهش می یابد و کاهش هدایت هیدرولیکی، تأثیر بیشتری نسبت به افزایش آن بر آبخوان می گذارد. همچنین، با افزایش تغذیه سطحی، هد هیدرولیکی سطح جریان افزایش می یابد و با گذشت زمان این تغییرات مشهودتر است. تغییرات دبی خروجی بیشتر از تغییرات دبی ورودی است و بعد از گذشت حدود ۶۰ روز آبخوان حالت ثباتی به خود می گیرد که این دو مقدار ورودی و خروجی تثبیت می شود. علاوه بر این ها، نتایج مدل سازی روابط ارائه شده در تحقیق حاضر با نتایج مدل نرم افزار مادفلو مقایسه شده است. این مقایسه نشان داد حل تحلیلی ارائه شده در پژوهش حاضر بسیار کارآمد است.

کلیدواژگان: آبخوان نشستی، اندرکنش آب سطحی - آبخوان، پایین آمدن سطح آب، تفکیک متغیرها.

مقدمه

بررسی اندرکنش آبراهه-آبخوان یکی از مسائل مهم در مدیریت آب‌های زیرزمینی به شمار می‌رود. نیاز روزافزون به مدیریت منابع آب لزوم اهمیت مطالعه این موضوع را بیان می‌کند. عوامل بسیاری بر اندرکنش آب سطحی و آب زیرزمینی تأثیرگذار است. این عوامل می‌تواند شامل پمپاژ، نفوذ سطحی، تغذیه سطحی، تبخیر و جریان رودخانه باشد. آب زیرزمینی و آب سطحی جزء مؤلفه‌های جدایی‌ناپذیر چرخه هیدرولوژی به حساب می‌آیند. آب‌های سطحی اغلب به صورت هیدرولیکی با آب زیرزمینی در یک اندرکنش پیوسته و پویا هستند. از این رو، تغییرات و یا آلودگی هر یک بر کمیت و کیفیت دیگری اثر می‌گذارد [۱ و ۲]. در چند دهه اخیر، با توجه به افزایش جمعیت، تقاضای آب رو به افزایش است و در نتیجه جوامع به یک برنامه‌ریزی کارآمد و مدیریت بهینه در این زمینه نیازمندند. به این منظور، بررسی دقیق و صحیح اندرکنش آب زیرزمینی و آب سطحی حائز اهمیت است [۳ و ۴]. حل تحلیلی این‌گونه مسائل روشی مناسب برای درک بهتر اندرکنش آبخوان-جریان سطحی است؛ بنابراین می‌توان از مدل‌های ریاضی به عنوان روش‌های دقیقی برای ارائه سریع یک تخمین کلی از رفتار جریان آب زیرزمینی در آبخوان‌ها استفاده کرد. روابط حل‌های تحلیلی قادرند بر اساس تعدادی از پارامترها یک پاسخ سریع و دقیق برای مسائل ارائه دهند و از برتری‌های دیگر روش‌های تحلیلی می‌توان به تسهیل و تسریع کردن درک مسائل اشاره کرد. در زمینه گسترش حل تحلیلی در تجزیه و تحلیل آب زیرزمینی محققان تا کنون تلاش‌های بسیاری کرده‌اند. بوفادل و پریدیر حل تحلیلی برای هد هیدرولیکی سطح آب و میزان جریان در آبخوان بسته را به دست آوردند. آنها با فرض ساده‌شده اینکه، هیدروگراف افزایش سطح آب رودخانه به صورت خطی افزایش یابد، حل تحلیلی خود را در آبخوان بسته همگن توسعه دادند [۵]. حسین و شوارتز مشکلات آب زیرزمینی، سطحی و تبادل آن بین آبخوان و جریان مجاورش را در سیستم آبراهه-آبخوان بررسی کردند. معادله جریان آب زیرزمینی و جریان در کانال را به طور تحلیلی حل کردند و نتایج آن را با حل عددی به وسیله مادفلو مقایسه کردند [۶]. سینگ پاسخ آبخوان به تغییرات سطح آب در یک رودخانه با بستر نیمه‌تراوا را تجزیه و تحلیل کرد و از دو روش برای حل

تحلیلی بهره‌مند شد و اثبات کرد که تطابق خوبی با هم دارند [۷]. کیم و همکارانش حل تحلیلی برای بررسی اندرکنش آبراهه-آبخوان ارائه دادند و بیان کردند که سطح ایستابی آب زیرزمینی به آبدهی ویژه و نوسانات جریان حساسیت نشان می‌دهد [۸]. بانسال و داس یک حل تحلیلی برای آبخوان بسته در تماس با یک رودخانه ارائه دادند. حل تحلیلی آنها برای حالتی است که آبخوان در تماس با یک جریان با سطح متغیر است [۹]. گئو و همکارانش حل تحلیلی را گسترش دادند که در آن آبخوان بسته شامل دو ناحیه با پارامترهای هیدرولیکی متفاوت است و به این نتیجه رسیدند که دامنه نوسان سطح آب زیرزمینی وقتی نسبت پارامترهای هیدرولیکی دو منطقه بزرگ‌تر شود، زیادتر می‌شود [۱۰]. تلوگو و بانسال حل‌های تحلیلی جدیدی از یک معادله بوسینسک خطی را ارائه کردند که جریان آب‌های زیرزمینی را در یک سیستم آبخوان باز-آبراهه توصیف می‌کند. مقایسه نتایج تحلیلی ارائه‌شده توسط آنها و حل عددی تطابق مناسبی را نشان می‌دهد [۱۱].

روش‌های عددی بسیاری برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی وجود دارد. روش‌های تفاضل محدود، اجزای محدود، حجم محدود و المان محدود از روش‌های معروف و مرسوم استفاده‌شده در حل معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر جریان آب زیرزمینی‌اند. نرم‌افزارهای بسیاری بر اساس روش‌های یادشده نوشته شده‌اند و هر یک قابلیت‌های مختلفی دارند. از کاربردی‌ترین نرم‌افزارهای استفاده‌شده در حل مسائل جریان آب زیرزمینی GMS است. کد این نرم‌افزار بر پایه روش تفاضل محدود نوشته شده است. مدل مادفلو از نرم‌افزار GMS در سراسر جهان به دلیل دسترسی آسان، کاربردوست بودن و تطبیق‌پذیری آن استفاده شده است [۱۲]. پالما و بنتلی برای شبیه‌سازی جریان در آبخوان لئون-چینندگا واقع در نیکاراگوئه از این نرم‌افزار استفاده کردند. نتایج مدل نشان داد پمپاژ سبب کاهش در پایه جریان و تخلیه رودخانه می‌شود [۱۳]. بودج و شارپ پارامترهای آبخوان ادواردز از بخش بارتون اسپرینگز را با معرفی پارامترهای متغیر مکانی در مادفلو به دست آوردند [۱۴]. خو و همکارانش مدل یکپارچه‌ای برای شبیه‌سازی جریان آب زیرزمینی در منطقه هتاو در حوضه رودخانه زرد از شمال چین به کار بردند. آنها به این نتیجه رسیدند که نتایج

بستر آن نفوذناپذیر است. همان طور که در شکل ۱ دیده می‌شود، آبخوان از یک طرف در تماس با هد آب اولیه و در طرف دیگر در تماس با رودخانه با سطح آب ثابت قرار دارد. فرض شده است که سطح آب (سمت چپ) با پیروی از معادلات ۱-۴ از سطح اولیه به اندازه h_0 کاهش پیدا می‌کند. این افت سطح آب و تأثیر آن بر سیستم آبخوان بسته - جریان در پژوهش حاضر تجزیه و تحلیل شده است. معادله جریان آب زیرزمینی در این سیستم تحت شرایط مرزی و اولیه به صورت زیر بیان شده است:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{w}{T} = \frac{s}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad \cdot <x \leq L, t > \cdot \quad (1)$$

$$h(x, 0) = h \quad (2)$$

$$h(0, t) = h - h_0 \quad (3)$$

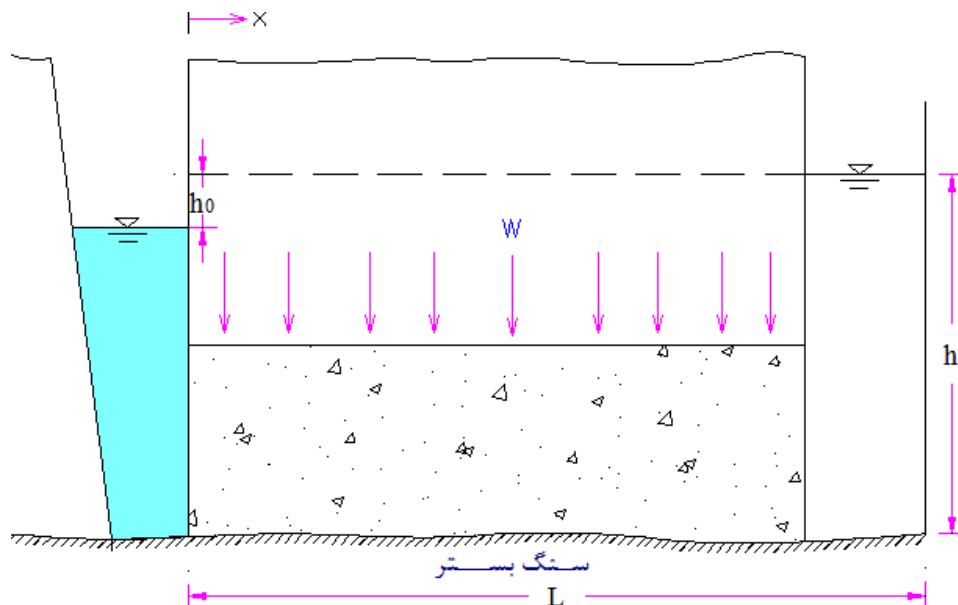
$$h(L, t) = h \quad (4)$$

که در آن $H(x,t)$ هد هیدرولیکی در آبخوان، h سطح اولیه آب، h_0 افت سطح آب در رودخانه، w تغذیه از بالا، T قابلیت انتقال که برابر $T=bk$ ، k هدایت هیدرولیکی آبخوان، b ضخامت آبخوان، S ضریب ذخیره، x بعد افقی آبخوان و L طول آبخوان هستند.

به دست آمده از برنامه‌های کاربردی مادفلو بهتر از برنامه‌های دیگر در یکپارچه‌سازی عمل می‌کند [۱۵]. اخیراً سعیدپناه و گل محمدی حل تحلیلی جدیدی را برای آبخوان بین دو رودخانه موازی ارائه دادند و به تحلیل حساسیت هد هیدرولیکی نسبت به پارامترهایی نظیر طول و ضخامت آبخوان، هدایت هیدرولیکی و... پرداختند [۱۶]. در واقع، در مدل‌های آب زیرزمینی بر اساس اطلاعاتی که به مدل داده می‌شود، شرایط طبیعی آبخوان را شبیه‌سازی می‌کند و پاسخ آبخوان را نسبت به شرایط موجود بررسی می‌کند. هدف اصلی از تحقیق حاضر علاوه بر ارائه روابط جدید، شبیه‌سازی مسائل اندرکنش آبراهه - آبخوان به کمک روش تفکیک متغیرهاست. بنابراین، پس از بررسی‌های انجام شده، در مقاله حاضر به شبیه‌سازی افت سطح آب در رودخانه و تأثیر آن بر جریان در آبخوان نشتی که دارای تغذیه از بالاست، پرداخته شده است. به این منظور، از حل تحلیلی روش تفکیک متغیرها بهره گرفته و برای صحت‌سنجی این حل تحلیلی نرم‌افزار GMS استفاده شده است.

مواد و روش‌ها

آبخوان بسته نشتی، همگن، ایزوتروپ و غیرقابل تراکمی در نظر گرفته شده است. آبخوان از بالا تغذیه می‌شود و



شکل ۱. مدل آبخوان نشتی بین دو رودخانه با تغذیه از بالا

حل تحلیلی

$$\beta = \mu^2 > 0 \rightarrow F'' - \beta F = 0$$

$$\rightarrow F(x) = a \cosh \mu x + b \sinh \mu x$$

$$F(0) = 0 \rightarrow a = 0 \rightarrow F(x) = b \sinh \mu x \quad (14)$$

$$F(L) = 0 \rightarrow b \sinh \mu L = b \left(\frac{e^{\mu L} - e^{-\mu L}}{2} \right) = 0$$

چون μ, L مخالف صفر هستند، بنابراین $b = F = 0$ می شود که مورد قبول نیست. حال اگر:

$$\beta = -\mu^2 < 0 \rightarrow F'' + \mu^2 F = 0$$

$$\rightarrow F(x) = C \cos \mu x + D \sin \mu x \quad (15)$$

$$F(0) = 0 \rightarrow C = 0 \rightarrow F(x) = D \sin \mu x$$

$$F(L) = 0 \rightarrow F(L) = D \sin \mu L = 0$$

برای اینکه $F \neq 0$ شود، باید $D \neq 0$ باشد. بنابراین، $\sin \mu L = 0$ باید باشد و داریم:

$$\sin \mu L = 0 \rightarrow \mu = \frac{n\pi}{L}$$

$$V(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (16)$$

با قراردادن معادله ۱۶ در معادله ۶ و استفاده از تبدیل

$$\lambda_n = \sqrt{A} \frac{n\pi}{L}$$

فوریه سینوسی و در نظر گرفتن داریم:

$$\dot{G}_n + \lambda_n^2 G_n(t) = \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \cdot B \, dx = \quad (17)$$

$$\frac{2B}{n\pi} [1 - \cos(n\pi)]$$

$$G_n = a_n e^{-\lambda_n^2 t} + G_n^*(t) \quad (18)$$

$$G_n^*(t) = \frac{2B}{n\pi \lambda_n^2} [1 - \cos(n\pi)] \quad (19)$$

$$V(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} [a_n e^{-\lambda_n^2 t} + G_n^*(t)] \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (20)$$

با استفاده از شرایط معادله ۷ متغیر مجهول a_n را محاسبه می کنیم و داریم:

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L p(x) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) dx - G_n^*(0) \quad (21)$$

بنابراین، مسئله جوابی به صورت رابطه ۲۲ دارد.

با توجه به اینکه معادله و شرایط مرزی غیر همگن است و برای استفاده از روش تفکیک متغیرها به همگن سازی نیاز داریم، پس روند حل به شکل زیر ادامه داده شده است (رابطه ۵):

$$h(x, t) = V(x, t) + M(x, t) \quad (5)$$

تابع کمکی $M(x, t)$ طوری جست و جو شده است که معادله اصلی بر حسب $V(x, t)$ معادله همگنی شود. برای یافتن جواب این مسئله تابع به صورت $M(x, t) = ax + b$ در نظر گرفته شده است و بعد از به کارگیری شرایط مرزی مسئله

$$p(x) = h_0 \left(1 - \frac{x}{L}\right) \quad B = \frac{w}{S}, \quad A = \frac{T}{S}$$

و لحاظ کردن روابط ۶-۹ به دست آمده است:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{1}{A} \left(\frac{\partial V}{\partial t} - B \right) \quad 0 < x < L, \quad t > 0 \quad (6)$$

$$V(x, 0) = p(x) \quad (7)$$

$$V(0, t) = 0 \quad (8)$$

$$V(L, t) = 0 \quad (9)$$

حال با روش تفکیک متغیرها به جست و جوی جوابی به صورت $V(x, t) = F(x) \cdot G(t)$ پرداخته شده است. نخست مسئله زیر تا تعیین $F(x)$ حل شده است (روابط ۱۰ و ۱۱).

$$V_t = AV_{xx}, \quad v(0, t) = 0, \quad v(L, t) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{F''}{F} = \frac{G'}{AG} = \beta \quad (11)$$

$$F'' - \beta F = 0, \quad G' - (\beta A)G = 0$$

بدیهی است که $G(t) \neq 0$ است. بنابراین، لازم است که $F(L) = 0$ و $F(0) = 0$ باشد.

$$F'' - \beta F = 0, \quad F(0) = 0, \quad F(L) = 0 \quad (12)$$

همان طور که در روابط ۱۳-۱۶ مشاهده می شود به ازای مقادیر مختلف β تحلیل و بررسی و روند حل انجام شده است.

$$F'' - \beta F = 0, \quad F(0) = 0, \quad F(L) = 0, \quad \beta = 0 \quad (13)$$

$$\rightarrow F'' = 0 \rightarrow F(x) = ax + b$$

که با توجه به شرایط $F(0) = F(L) = 0$ داریم $v = 0$ که غیر ممکن است.

حال اگر:

$$h(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\left(\frac{2h_0 (\sin n\pi - n\pi)}{n^2 \pi^2} + \frac{2B}{n\pi \lambda_n^2} (1 - \cos n\pi) \right) e^{-\lambda_n^2 t} + G_n^*(t) \right] \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (22)$$

$$+ h_0 \left(\frac{x}{L} - 1 \right) + h_0$$

هیدرولیکی در سطح آبخوان کاهش می‌یابد تا آبخوان به یک حالت ثبات نزدیک شود.

جدول ۱. مشخصات آبخوان در رودخانه اسکیتو [۱۷]

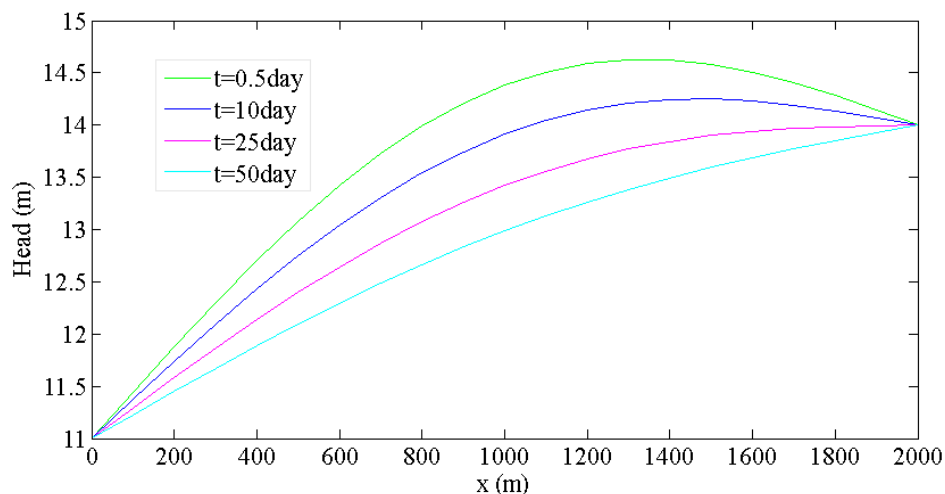
پارامترها	مقادیر
L	۲۰۰۰m
k	۱۴۲m/day
S	۰/۲
b	۱۹m
w	۰/۳m/year
T	۲۶۹۸m ² /day

در شکل ۳ تغییرات آبخوان در مقاطع مشخص از دامنه آبخوان در زمان مشخص آورده شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود، با گذشت زمان هد هیدرولیکی در طول آبخوان کاهش و با دور شدن از مرز، افزایش می‌یابد و هرچه زمان بیشتری از افت سطح جریان در رودخانه می‌گذرد، تفاوت بین تغییرات کمتر می‌شود. در واقع، ابتدا با سرعت زیاد و به تدریج با سرعت کمتری جریان از مرزهای آبخوان خارج می‌شود.

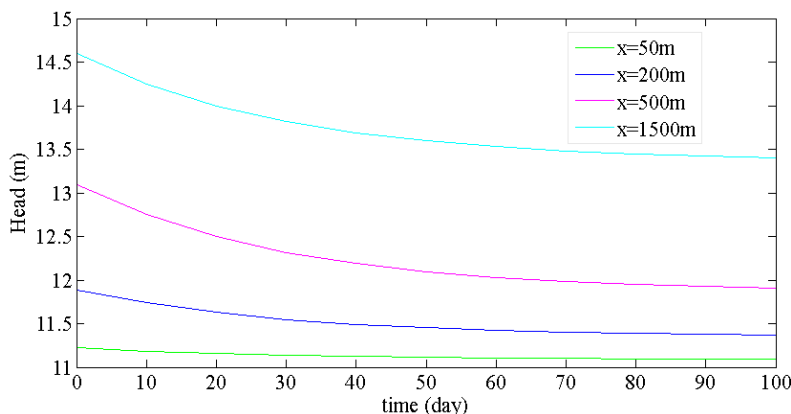
نتایج و بحث

با به‌کارگیری روش تفکیک متغیرها معادله شبیه‌سازی سطح آب زیرزمینی به دست آمده است (معادله ۲۲). با در نظر گرفتن داده‌های مربوط به رودخانه اسکیتو (جدول ۱) و با فرض $h=11m$ و $h_0=3m$ به تجزیه و تحلیل نتایج پرداخته شده است [۱۷]. همچنین، برای صحت‌سنجی روابط ارائه‌شده در پژوهش حاضر از نرم‌افزار مادفلو استفاده شده است. محاسبات برای مقدار $\Delta x = 1m$ انجام شده است. فاصله زمانی در نظر گرفته‌شده برای مادفلو یک ساعت در نظر گرفته شده است. همچنین، از بسته جریان LPF و روش PCG2 برای حل معادله جریان استفاده شده است.

مقایسه تغییرات هد هیدرولیکی در طول دامنه و در زمان‌های مشخص در شکل ۲ نشان داده شده است. وقتی رودخانه سمت چپ آبخوان دچار افت سطح جریان می‌شود، تغییراتی در طول آبخوان رخ می‌دهد که این تغییرات با گذشت زمان کمتر می‌شود و آبخوان خود را با این تغییر وفق می‌دهد. اواسط دامنه آبخوان نسبت به افت سطح جریان در رودخانه بیشتر از فواصل ابتدایی و انتهایی آن واکنش نشان می‌دهند و با گذشت زمان، هد



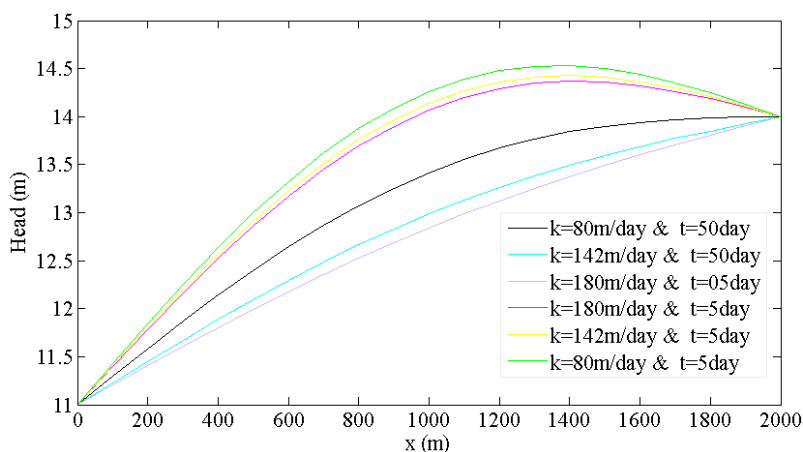
شکل ۲. هد هیدرولیکی در راستای طول دامنه و در زمان‌های مشخص



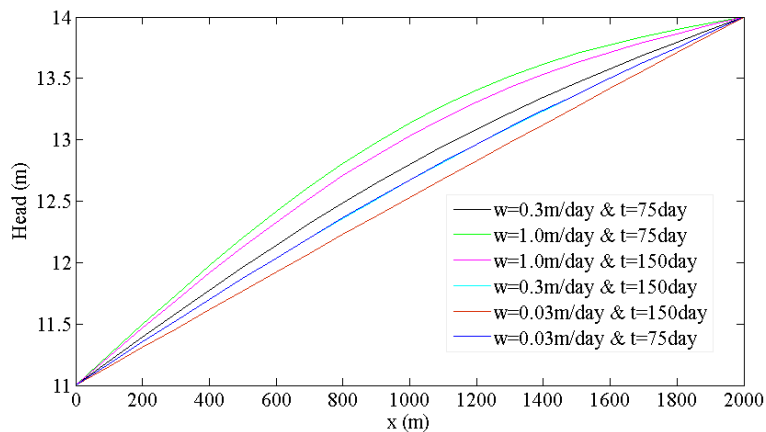
شکل ۳. تغییرات هد هیدرولیکی در مقاطع مختلف و طی زمان

تفاوت با گذشت زمان چشمگیرتر می‌شود. همچنین، با افزایش تغذیه سطحی، هد هیدرولیکی سطح جریان افزایش می‌یابد. همان طور که مشاهده می‌شود، با گذشت زمان این تغییرات مشهودتر است که می‌توان این تغییرات را در شکل ۵ مشاهده کرد.

با در نظر گرفتن مقادیر مختلفی برای ضریب هدایت هیدرولیکی و آوردن نتایج آن در شکل ۴ مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب هدایت هیدرولیکی، سطح جریان در آبخوان افت می‌کند. کاهش هدایت هیدرولیکی تأثیر بیشتری نسبت به افزایش آن روی آبخوان می‌گذارد. این



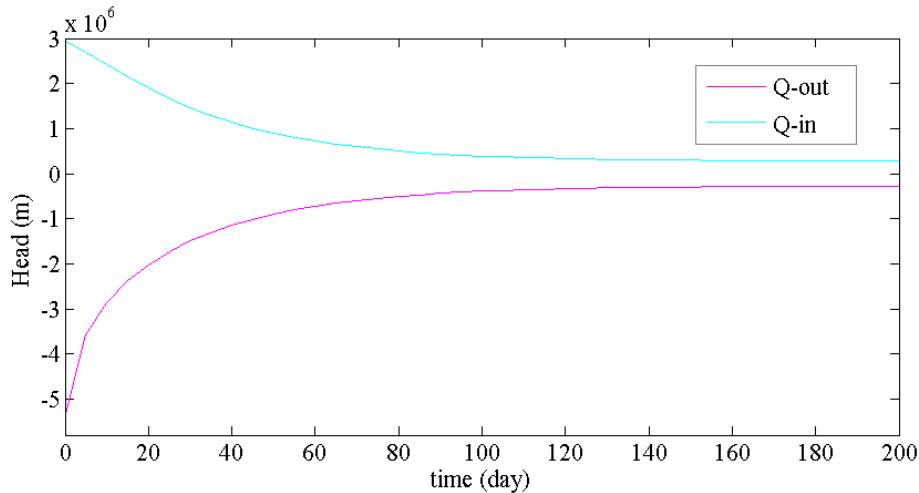
شکل ۴. تأثیر ضریب هدایت هیدرولیکی بر هد هیدرولیکی در آبخوان



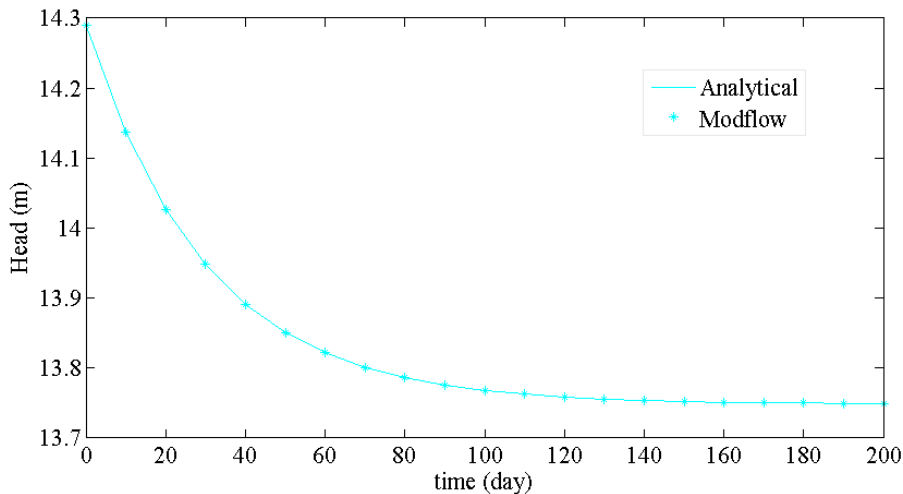
شکل ۵. تغییرات هد هیدرولیکی بر حسب تغییر در مقدار تغذیه

بعد از گذشت حدود ۶۰ روز آبخوان حالت ثباتی به خود می‌گیرد که این دو مقدار ورودی و خروجی تثبیت می‌شود. مقایسه نتایج مدل سازی روابط ارائه شده در تحقیق حاضر با نتایج مدل نرم‌افزار مادفلو در شکل ۷ نشان داده شده است. این مقایسه نشان می‌دهد حل تحلیلی ارائه شده در پژوهش حاضر بسیار کارآمد است.

برای محاسبه دبی ورودی و خروجی در آبخوان با مشتق‌گیری از معادله نهایی نسبت به طول و با ترکیب قوانین پیوستگی و دارسی مقدار دبی ورودی و خروجی در یک دوره زمانی به دست آمده است. در شکل ۶ تغییرات دبی ورودی و خروجی را طی زمان مشاهده می‌کنید. تغییرات دبی خروجی بیشتر از تغییرات دبی ورودی است و



شکل ۶. دبی ورودی و خروجی طی زمان



شکل ۷. مقایسه حل تحلیلی ارائه شده با حل عددی

تحلیلی نشان می‌دهد سطح جریان آب زیرزمینی در مقاطع مختلف مکانی تغییراتی دارد و هرچقدر زمان بیشتری از افت سطح جریان در رودخانه می‌گذرد، تفاوت بین تغییرات کمتر شده و آبخوان به سمت ثبات خود نزدیک‌تر می‌شود. مدل ارائه شده گویای این است که کاهش هدایت هیدرولیکی تأثیر بیشتری نسبت به افزایش آن روی آبخوان

نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر با هدف پیش‌بینی رفتار جریان به بررسی آبخوان مجاور رودخانه پرداخته شد. مدلی ریاضی برای توصیف تغییرات سطح آب زیرزمینی توسط روش تفکیک متغیرها ارائه و افت سطح آب در رودخانه و تأثیر آن بر جریان در آبخوان بررسی شد. بررسی محاسبات ناشی از حل

- [8]. Kim, K.Y., Kim, T., Kim, Y., Woo, N.C. A semi-analytical solution for groundwater responses to stream-stage variations and tidal fluctuations in a coastal aquifer. *Hydrological Process*. 2007; 21(5): 665–674.
- [9]. Bansal, R. K., Das, S. K. Analytical solution for transient hydraulic head, flow rate and volumetric exchange in an aquifer under recharge condition. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*. 2009; 57(2): 113-120.
- [10]. Guo, H. P., Jiao, J.J., Li, H. L. Groundwater response to tidal fluctuation in a two-zone aquifer. *Journal of Hydrology*. 2010; 381:364–371.
- [11]. Telogloua L.S, Bansal, R k. Transient solution for stream-unconfined aquifer interaction due to time varying stream head and in the presence of leakage. *Journal of Hydrology*. 2012; 428: 68–79.
- [12]. Kashaigili, J. J., Mashauri D. A., Abdo, G. Groundwater management by using mathematical modeling: case of the Makutupora groundwater basin in dodoma Tanzania. *Botswana Journal of Technology*. 2003; 12(1):19–24.
- [13]. Palma, H. C., Bentley, L. R. A regional-scale groundwater flowmodel for the Leon–Chinandega aquifer, Nicaragua. *Hydrogeology Journal*. 2007; 15:1457–72.
- [14]. Budge, T.J., Sharp, Jr. JM. Modeling the usefulness of spatial correlation analysis on karst systems. *Ground Water*. 2009; 47(3):427–37.
- [15]. Xu, X., Huang, G., Zhan, H., Qu, Z., Huang, Q. Integration of SWAP and MODFLOW-2000 for modeling groundwater dynamics in shallow water table areas. *Journal of Hydrology*. 2012; 412:170–181.
- [16]. Saeedpanah I, GolmohamadiAzar R, New Analytical Solutions for Unsteady Flow in a Leaky Aquifer between Two Parallel Streams. *Water Resources Management*. 2017; 31(7): 2315–2332.
- [17]. Srivastava, Kirti;Serrano, Sergio E.; Workman, S. R. Stochastic modeling of transient stream aquifer interaction with the nonlinear Boussinesq equation. *Journal of Hydrology*. 2005; 328: 538-547.

می‌گذارد. این تفاوت با گذشت زمان چشمگیرتر می‌شود و همچنین با افزایش تغذیه سطحی هد هیدرولیکی، سطح جریان افزایش می‌یابد. همچنین، تغییرات دبی خروجی بیشتر از تغییرات دبی ورودی است و بعد از گذشت حدود ۶۰ روز آبخوان حالت ثباتی به خود می‌گیرد که این دو مقدار ورودی و خروجی تثبیت می‌شود. برای صحت‌سنجی روابط ارائه‌شده در پژوهش حاضر از نرم‌افزار مادفلو استفاده شده است. محاسبات برای مقدار $\Delta x = \Delta x = 1m$ انجام شده است. فاصله زمانی در نظر گرفته‌شده برای مادفلو یک ساعت در نظر گرفته شده است. نتایج بررسی انجام‌شده از مقایسه مدل تحلیلی و عددی ارائه‌شده توسط نرم‌افزار مادفلو، کارآمد بودن حل به وسیله روش تفکیک متغیرها در تحقیق حاضر را نشان می‌دهد.

منابع

- [1]. Winter, T. C. Relation of streams, lakes, and wetlands to groundwater flow systems. *Hydrogeology Journal*. 1999; 7:28–45
- [2]. Yang, Y.S., Wang, L. A review of modeling tools for implantation of the EU water framework directive in handling diffuse water pollution. *Water Resources Management*. 2010; 24:1819–1843
- [3]. Courbis, A. L., Vayassade, B., Martin, C., Didon-Lescot, J.F. Modelling and simulation of a catchment in order to evaluate water resources. *Global NEST Journal*. 2008; 10(3): 301-309.
- [4]. Ma, S., Kassinos, S.C., Kassinos, D.F., Akylas, E. Modeling the impact of water withdrawal schemes on the transport of pesticides in the Kouris Dam (Cyprus). *Global NEST Journal*. 2008; 10(3): 350-358.
- [5]. Boufadel, M. C., Peridier, V. Exact analytical expressions for the piezometric profile and water exchange between stream and groundwater during and after a uniform rise of the stream level. *Water resources research*. 2002; 38(7): 1-6.
- [6]. Hussein, M., Schwartz, F.W. Modeling of flow and contaminant transport in coupled stream–aquifer systems. *Journal of Contaminant Hydrology*. 2003; 65: 41–64.
- [7]. Singh, S.K. Aquifer response to sinusoidal or arbitrary stage of semipervious stream. *Journal of Hydraulic Engineering*. 2004; 130(11): 1108-1118.