

## مدل‌سازی مقادیر بارش در دوره تر سال با استفاده از مدل‌های احتمالاتی گامای تعمیم‌یافته در سواحل شمالی و جنوبی ایران

حسین زمانی<sup>۱\*</sup>، ام‌البین بذرافشان<sup>۲</sup>

۱. حسین زمانی، استادیار، گروه ریاضی و آمار، دانشکده علوم پایه، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس

۲. ام‌البین بذرافشان، استادیار، گروه مهندسی منابع طبیعی، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس

(تاریخ دریافت ۱۳۹۷/۰۹/۲۰؛ تاریخ تصویب ۱۳۹۸/۰۲/۳۰)

### چکیده

تحقیق حاضر با استفاده از مدل‌های خانواده گامای تعمیم‌یافته امکان برآورد بارش را برای مناطق پربارش و کم‌بارش ایران طی دوره تر سال در ایستگاه‌های سینوپتیک سواحل دریای خزر در شمال کشور و سواحل جنوبی در خلیج فارس و دریای عمان طی دوره آماری ۱۹۸۶-۲۰۱۶ فراهم می‌سازد تا مدلی کاربردی را برای تفسیر و مدل‌سازی شرایط ترسالی در آینده پیشنهاد کند. مدل‌های استفاده شده در تحقیق حاضر شامل گامای تعمیم‌یافته (گامای سه‌متغیره)، گاما، وایبل و لوگ نرمال می‌شوند. برای انتخاب مدل، از معیار AIC و BIC و به منظور نکویی برازش، از آزمون K-S در محیط نرم‌افزاری R استفاده شده و پارامترهای توابع توزیع در هر ایستگاه برآورد شد. با توجه به مناسب‌ترین تابع توزیع در هر ایستگاه، بزرگی بارش ماهانه طی دوره تر سال در دوره بازگشت‌های ۲ تا ۱۰۰ سال در سواحل جنوبی و شمالی محاسبه شد. نتایج نشان داد تمامی ایستگاه‌ها در سواحل دریای عمان با تابع توزیع وایبل (WEI)، در مناطق مرکزی خلیج فارس با تابع توزیع گاما (GA) و در مناطق پربارش سواحل شمالی و غرب خلیج فارس با تابع توزیع گامای تعمیم‌یافته (GG) بهترین برازش را داشته‌اند. در سواحل عمان، تابع توزیع وایبل با مقدار پارامتر شکل و مقیاس کمتر از ۱۱ و ۰/۵، در بخش مرکزی خلیج فارس تابع توزیع گاما با پارامتر شکل بین ۲۰ تا ۳۰ و پارامتر مقیاس بیش از ۱/۵ و در بخش غربی خلیج فارس و در سواحل شمالی کشور، تابع توزیع گامای تعمیم‌یافته با محدوده پارامتر شکل ۳۱ تا ۱۷۰ و محدوده پارامتر مقیاس ۰/۵ تا ۱/۵ بهترین برازش بر مقدار بارش در دوره تر سال را دارند. تکنیک‌ها و نتایج ارائه شده در تحقیق حاضر، به‌عنوان مرجعی برای انتخاب تابع توزیع مناسب بر مقادیر بارش در دوره تر در سواحل شمالی و جنوبی ایران فراهم می‌آورد تا بتوان در آینده از آن به‌عنوان ابزاری برای پیش‌بینی و تصمیم‌گیری در مدیریت منابع آب در بخش کشاورزی بهره برد.

**کلیدواژه‌گان:** بارش دوره تر، توابع توزیع احتمال، سواحل شمالی و جنوبی ایران، مناطق کم‌بارش و پربارش.

## مقدمه

ایران با وسعت ۱۶۴۸ هزار کیلومترمربع، در جنوب غرب آسیا واقع شده و دو رشته کوه زاگرس و البرز در غرب تا جنوب غرب و شمال، تأثیر زیادی بر تنوع آب و هوایی آن دارد [۱]. منبع اصلی تأمین آب در ایران بارش است. به طور متوسط بارش در ایران ۲۵۱ میلی متر و رواناب ناشی از آن، ۴۰۰ میلیارد مترمکعب است. کمترین و بیشترین میزان بارش به ترتیب در کویر مرکزی ایران با متوسط ۵۰ میلی متر و ۱۶۰۰ میلی متر در شمال ایران است [۲]. از طرفی، طبق گزارش مرکز ملی پایش خشکسالی کشاورزی و منابع طبیعی [۳]، ایران در سال ۲۰۱۸ وارد دومین دهه خشکسالی همه گیر و سرتاسری شده است [۴].

به منظور بهبود مدیریت آب در ایران و مقابله با پیامدهای ناشی از ناهنجاری بارش، باید درک کاملی از تغییرات زمانی و مکانی بارش صورت پذیرد. مدل های آماری توزیع احتمال، به عنوان ابزاری مفید برای درک تغییرات بارش هستند. مدل سازی بارش در مناطق خشک و نیمه خشک ایران، به دلیل توزیع نامناسب مکانی ایستگاه های باران سنجی، کافی نبودن تعداد ایستگاه های ثبت بارش، کوتاه بودن طول دوره داده های تاریخی بارش و از همه مهم تر، نیافتن روشی واحد برای نشان دادن رفتار احتمالاتی بارش در رژیم های مختلف، با مشکلات جدی روبه روست. بنابراین، باید روشی کاملاً انعطاف پذیر انتخاب شود، تا بتواند طیف وسیعی از تغییرات بارش را با توجه به تغییرپذیری زمانی و مکانی آن نشان دهد [۵].

توابع توزیع مختلفی وجود دارد که با توجه به تعداد پارامترها قادرند تغییرات بارش را تخمین بزنند. نکته مهم در استفاده از توابع این است که باید برای نشان دادن تفاوت انواع رژیم های بارش، انعطاف پذیری لازم را داشته باشند. همچنین، زمانی که دامنه تغییرات داده ها زیاد است، برازش مناسبی داشته باشند [۵]. در این زمینه می توان به استفاده از تابع گاما (کاتز [۶]، سیمونف و بنگتسون [۷]، استاسی [۸]، ورگنی [۹] و [۱۰]، علیجانی و افشارمنش [۱۱]، اسماعیلی و همکاران [۱۲])؛ تابع وایبل (محمودزاده [۱۳]، کاستلیو و همکاران [۱۴])؛ لوگ نرمال (شوجی و کیتاوارا [۱۵])؛ تابع گاما (پال و مازودمار [۱۶]، گوش و همکاران [۱۷])؛ تابع گامای تعمیم یافته (عباس و همکاران [۱۸])؛ گوسی مرکب (آلام و همکاران [۱۹])؛ و

در آخر ویکبای (صادقی مزیدی و همکاران [۲۰]) اشاره کرد.

علیجانی و افشارمنش [۱۱] در بررسی توابع توزیع آماری بر مقادیر بارش در اقلیم های شش گانه ایران، برای مناطق خشک، نیمه خشک و بیابانی کشور گامای تعمیم یافته، تابع گاما و جانسون SB را پیشنهاد دادند. اسمعیلی و همکاران [۱۲] در تعیین حداکثر بارش روزانه با استفاده از توابع توزیع احتمال، تابع گاما را مناسب ترین توابع معرفی کردند. محمودزاده [۱۳] در بررسی تحلیل عدم قطعیت چهار تابع توزیع (گاما، نرمال، لوگ نرمال و وایبل) بر برازش مقادیر بارش در مناطق خشک و نیمه خشک بیان کرد که در اقلیم های خشک و نیمه خشک عموماً تابع گاما و در اقلیم فراخشک، تابع وایبل بهترین برازش را بر مقادیر بارش ماهانه دارد. مزیدی و همکاران [۲۰] در بررسی انتخاب توابع توزیع احتمال بر دبی حداکثر لحظه ای سیلاب در جنوب کشور، بیان می کنند که تابع ویکبای در بیشتر ایستگاه ها بهترین برازش و کمترین خطا را داشته است.

ووگل و ویلسون [۲۱] به بررسی اجمالی توزیع احتمال بارش روزانه در ایالات متحده پرداختند. نتایج پژوهش آنها نشان داد اگرچه در مطالعات قبلی گامای دو پارامتری به عنوان مدل مناسب شناخته شده بود، در بیشتر موارد، تابع توزیع پیرسون نوع ۳ بهترین برازش را بر مقادیر بارش دارد. پال و مازودمار [۱۶]، در بررسی رفتار احتمالاتی بارش در هند، تابع توزیع گاما را مناسب برای مدل سازی تمامی مناطق معرفی کردند. گوش و همکاران [۱۷] در بررسی توابع توزیع احتمال در بنگلادش، تابع توزیع گاما را مناسب برای مناطق کم باران معرفی کردند. عباس و همکاران [۱۸] به پیش بینی احتمالاتی شدت باران با توابع توزیع پرداختند. نتایج پژوهش آنها نشان داد تابع گامای تعمیم یافته و پارتوی تعمیم یافته کارایی مناسبی در برآورد آن دارد. سوسانتی و همکاران [۲۲] در تخمین بارش حداکثر از توابع سه پارامتره مقادیر کرانگین تعمیم یافته (GEV: Generalized Extreme Value) و تابع پارتوی تعمیم یافته (GP) استفاده کردند. نتایج پژوهش آنها نشان داد تابع GEV برازش مناسب تری بر مقادیر مد نظر دارد، به طوری که برای پیش بینی مقادیر بارش های بیش از

۸۰۰ میلی متر و متعاقب آن، سیستم های هشدار سیل ناشی از آن بارش استفاده شود.

گرچه برخی پژوهشگران در گذشته بر توزیع گاما و پیرسون نوع ۳ تأکید داشتند و معتقد بودند که توزیع بارش بر پایه تابع گامای دو پارامتره استوار است، تحقیقاتی که به آنها اشاره شد، نشان داد نوع توزیع مناسب بر بارش می تواند متناسب با موقعیت جغرافیایی، اقلیم و میزان بارش یا افزایش طول دوره تغییر کند. برای نمونه، در مورد شاخص SPI که اساس آن استفاده از بارش ماهانه به منظور پایش خشکسالی است، انتخاب یک تابع توزیع مناسب با تعداد پارامتر کافی می تواند گامی اساسی و کلیدی در محاسبه شاخص مد نظر باشد، به طوری که انتخاب نامناسب توزیع سبب بیش برآورد و یا کم برآورد شدت خشکسالی، خطا در تشخیص شروع و پایان دوره خشکسالی و بروز اشتباه در محاسبه زمان تداوم خشکسالی شود [۵]. بر این اساس، هدف از تحقیق حاضر، معرفی مناسب ترین تابع توزیع احتمال بر مقادیر بارش در دوره تر سال در سواحل شمالی و جنوبی ایران به عنوان دو نقطه با اقلیم متفاوت با استفاده از تابع گامای تعمیم یافته و مشتقات آن است، تا با استفاده از رفتار بارش در هر منطقه با بهره گیری از پارامترهای توابع، رژیم بارش مشخص شده و بزرگی آن در دوره بازگشت های مختلف، برآورد شود. مرور تحقیقات گذشته نشان می دهد تحقیقی که به استفاده از توابع خانواده گاما در برآورد بارش ماهانه در دوره تر سال پردازد، دیده نشده است. دو منطقه سواحل جنوبی و شمالی ایران، از نظر اقلیمی، عوامل محلی، فرامحلی، پوشش گیاهی، عرض جغرافیایی و حاکمیت الگوهای دینامیک و ترمودینامیک متفاوت هستند و این مسئله سبب ایجاد منطقه ای معتدل و پربارش در شمال و منطقه ای فراخشک و کم باران در سواحل جنوبی شده است. در سواحل شمالی تمام سال دارای بارش و فاقد دوره خشک است [۲۰]. در مقابل، در سواحل جنوب کشور، حداکثر چهار ماه از سال بارش دارد که عموماً سیل آساست. بنابراین، دو منطقه یادشده از نظر رژیم بارش تفاوت های درخور توجهی داشتند، به این معنا

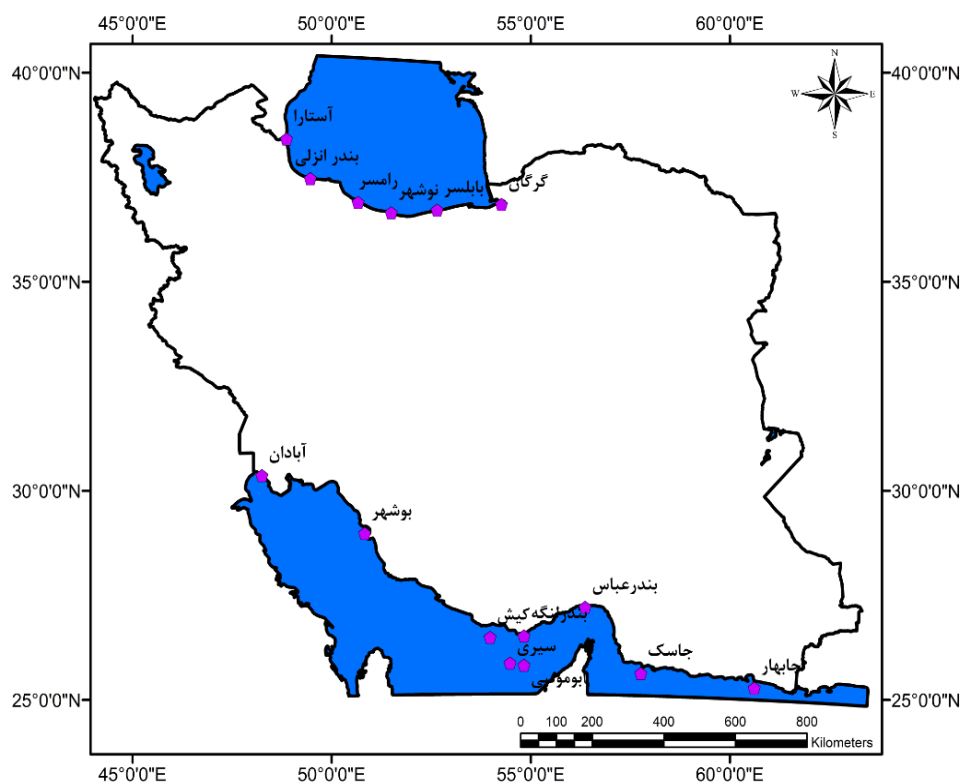
که توزیع زمانی بارش در دو منطقه یادشده متفاوت است و این مسئله سبب تفاوت در رفتار مدل ها در پیش بینی باران، تغییر پارامترهای مدل (شکل، مقیاس و موقعیت) و بزرگی باران در دوره بازگشت های مختلف می شود.

### روش تحقیق

#### منطقه مطالعه شده

مطالعه حاضر در مناطق فراخشک، و فرامرطوب ایران در پنج زیر اقلیم براساس دسته بندی اقلیمی دومارتن گسترش یافته [۱۳] با استفاده از داده های ماهانه بارش، دمای متوسط سالانه و متوسط حداقل دما در سردترین ماه سال، صورت پذیرفت (شکل ۱). برمبنای دسته بندی دومارتن اصلاح شده، ایستگاه های بررسی شده شامل اقلیم های فراخشک گرم در کلیه ایستگاه های سواحل جنوبی و اقلیم فرامرطوب B-معتدل، فرامرطوب A-معتدل، مرطوب-معتدل و مدیترانه ای می شود (جدول ۱). در پژوهش حاضر داده های بارش دوره ترسالی در ۱۶ ایستگاه همدیدی در سواحل شمالی (هفت ایستگاه) و جنوبی (نه ایستگاه) ایران طی سال های ۱۹۸۶-۲۰۱۶ بررسی شد (شکل ۱ و جدول ۱). آمار ایستگاه های همدیدی از سازمان هواشناسی کشور جمع آوری شد. قبل از تحلیل داده های باران در مرحله آماده سازی، آزمون کافی بودن داده ها با استفاده از آزمون هارست [۲۳] و همگنی داده ها با استفاده از آزمون ران برای مقادیر میانگین [۲۴] صورت پذیرفت.

جداسازی دوره تر و خشک براساس منحنی آمبروترمیک انجام شد. بر این اساس، در سواحل شمالی در ایستگاه گرگان فقط طی ماه های جولای تا آگوست و سایر ایستگاه ها طی دوازده ماه دوره مرطوب داشتند، اما سواحل جنوبی با تنوع دوره مرطوب مواجه بود، به طوری که در ایستگاه های کیش و بندرعباس طی ماه های دسامبر تا آوریل؛ در بوشهر، بندرلنگه، ابوموسی و سیری از دسامبر تا مارس؛ جاسک از ژانویه تا آوریل و چابهار از دسامبر تا فوریه دوره مرطوب سال جدا شد (جدول ۲).



شکل ۱. موقعیت منطقه مطالعه شده و ایستگاه‌های همدیدی استفاده شده در ایران

جدول ۱. مشخصات ایستگاه‌های مطالعه شده سواحل شمالی و جنوبی ایران

موقعیت	نام ایستگاه	ارتفاع از سطح دریا (m)	بارش سالانه (mm)	متوسط دما (°C)	اقلیم (دومارتن گسترش یافته)
سواحل جنوبی	آبادان	۶/۶	۱۶۰	۲۶/۵۰	فراخشک- گرم
	بوشهر	۹	۲۵۰	۲۴/۵۹	فراخشک- گرم
	بندرلنگه	۲۲	۱۳۴	۲۷/۷۰	فراخشک- گرم
	بندرعباس	۱۰	۱۷۲	۲۶/۹۷	فراخشک- گرم
	کیش	۳۰	۱۴۰	۲۶/۱۸	فراخشک- گرم
	ابوموسی	۶/۶	۱۱۴	۲۸	فراخشک- گرم
	سیری	۴/۴	۱۳۰	۲۸	فراخشک- گرم
	جاسک	۵	۱۴۰	۲۶/۵۳	فراخشک- گرم
	چابهار	۸	۱۱۹	۲۶	فراخشک- گرم
سواحل شمالی	آستارا	-۲۱	۱۳۴۵	۱۶	فرامرطوب- A- معتدل
	بندر انزلی	-۲۳/۶	۱۸۳۰	۱۶	فرامرطوب- B- معتدل
	رشت	-۸/۶	۱۳۲۷	۱۶	فرامرطوب- A- معتدل
	نوشهر	-۲۱	۱۲۷۲	۱۶/۲	فرامرطوب- A- معتدل
	رامسر	-۲۰	۱۲۰۶	۱۶/۱	فرامرطوب- A- معتدل
	بابلسر	-۲۱	۸۹۰	۱۷/۱	مرطوب- معتدل
	گرگان	۰	۵۸۳	۱۷	مدیترانه‌ای معتدل

جدول ۲. دوره خشک و تر در سواحل شمالی و جنوبی ایران براساس اقلیم‌نمای آمبروترمیک

نام ایستگاه	ژانویه	فوریه	مارس	آوریل	می	ژوئن	جولای	آگوست	سپتامبر	اکتبر	نوامبر	دسامبر
آبادان	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره تر	دوره تر
بوشهر، بندرلنگه، ابوموسی، سیری	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره تر	دوره تر
کیش و بندرعباس	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره تر	دوره تر
جاسک	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره تر	دوره تر
چابهار	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره تر	دوره تر
آستارا، بندرانزلی، رشت، رامسر، نوشهر، بابلسر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره تر	دوره تر
گرگان	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره تر	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره خشک	دوره تر	دوره تر

در توزیع یادشده  $\alpha, \tau$  و  $\lambda$  به ترتیب پارامترهای شکل، مقیاس و مکان هستند که تغییرات هر یک سبب تغییرات مختلفی در چگونگی چگالی احتمال خواهد داشت (شکل ۲). این توزیع، به ازای مقادیر مختلف پارامترهای  $\alpha, \tau$  به توزیع‌های دوپارامتری یا یک‌پارامتری کاهش خواهد یافت. به بیان دیگر، توزیع گامای تعمیم یافته به ازای  $\alpha = \tau = 1$  به توزیع نمایی یک‌پارامتری، به ازای  $\tau = 1$  به توزیع گاما، به ازای  $\alpha = 1$  به توزیع وایبل و در حالت حدی  $\alpha \rightarrow \infty$  به توزیع لوگ نرمال کاهش خواهد یافت. شکل ۲ رفتار تابع چگالی احتمال گامای تعمیم یافته به ازای مقادیر مختلف پارامترها را نشان می‌دهد. روابط سایر توابع خانواده گامای سه پارامتره در جدول ۳ ارائه شد. برآورد پارامترها با استفاده از روش بیشینه درست‌نمایی [۸]؛ انتخاب بهترین مدل با استفاده از معیار آکائیکه [۲۵] و معیار بیسزین [۲۶] و ارزیابی مدل با استفاده از آزمون نیکویی برازش کولموگروف-اسمیرنوف [۸] صورت پذیرفت.

توابع توزیع احتمال گامای تعمیم یافته و مشتقات آن تابع توزیع گامای تعمیم یافته<sup>۱</sup> یا گامای سه پارامتری، نوعی تابع توزیع آماری نمایی است که برای مدل سازی داده‌های مثبت چوله به راست، انعطاف زیادی دارد. این توزیع ابتدا توسط استاسی [۸] معرفی شد. توزیع‌های معروفی مانند نمایی، گاما، وایبل و لوگ نرمال زیرمجموعه این توزیع هستند که با توجه به تغییرات پارامتر سوم این توزیع و به ازای مقادیر خاصی به دست خواهند آمد. تابع چگالی احتمال توزیع گامای تعمیم یافته با پارامترهای  $\alpha, \tau$  و  $\lambda$  به صورت رابطه ۱ است.

$$f(y|\alpha, \tau, \lambda) = \frac{\tau}{\lambda \Gamma(\alpha)} \left(\frac{y}{\lambda}\right)^{\alpha\tau-1} e^{-\left(\frac{y}{\lambda}\right)^\tau}, \quad (1)$$

$$y > 0, \quad \alpha, \tau, \lambda > 0$$

میانگین و واریانس این توزیع عبارت‌اند از (روابط ۲ و ۳):

$$E(Y) = \frac{\lambda \Gamma\left(\frac{1}{\tau} + \alpha\right)}{\Gamma(\alpha)}, \quad (2)$$

$$Var(Y) = \frac{\lambda^2 \Gamma\left(\frac{2}{\tau} + \alpha\right)}{\Gamma(\alpha)} - \left[\frac{\lambda \Gamma\left(\frac{1}{\tau} + \alpha\right)}{\Gamma(\alpha)}\right]^2 \quad (3)$$

2. Maximum Likelihood  
3. Akaike  
4. Bayesian  
5. Kolmogorov-Smirnov Test

1. Generalized Gamma

## نتایج و بحث

## نتایج به دست آمده از برازش مدل‌ها

بررسی بافت‌نگاشت داده‌ها و چگونگی برازش داده‌ها با تابع مد نظر و مقایسه مدل تجربی با مدل نظری، یکی از روش‌های مهم برای انتخاب توزیع احتمالی است. شکل ۳ نتایج به دست آمده از برازش توابع بر مقادیر بارش ماهانه طی دوره تر در ایستگاه‌های نمونه را نشان می‌دهد. در تمام ایستگاه‌ها تابع گاما و گامای تعمیم یافته بهترین برازش را دارد. در مورد ایستگاه جاسک، تابع ویبول در برآورد مقادیر نزدیک به صفر با فراوانی زیاد، برازش مناسب‌تری دارند.

## نتایج به دست آمده از نیکویی برازش

علاوه بر مقایسه بصری، با استفاده از مقایسه نمودارهای تابع چگالی احتمال، CDF و نمودار Q-Q، از آزمون کولموگروف-اسمیرنوف نیز می‌توان برای انتخاب بهترین مدل بهره برد. نمودار توابع چگالی احتمال و نیز نمودار CDF حاصل از برازش مدل‌های مختلف در چند ایستگاه

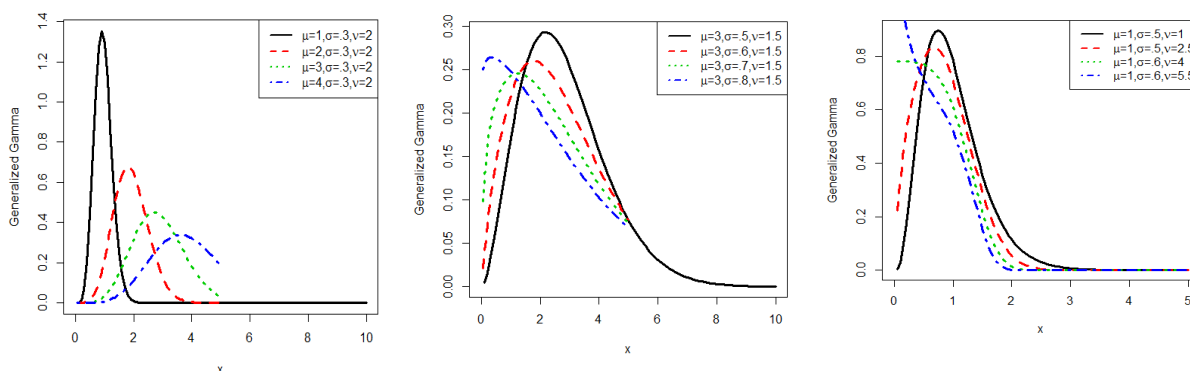
به ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ داده شده است. همان طور که براساس نمودار تابع چگالی احتمال (شکل ۳) و نمودار CDF (شکل ۴) ایستگاه‌های نمونه مشاهده می‌شود، در ایستگاه بندرانزلی، نامناسب‌ترین توزیع، لوگ نرمال است و سایر توابع برازش مناسبی با مقادیر بارش در ایستگاه یادشده دارند. تابع لوگ نرمال در تمامی نمونه‌های اقلیمی، به لحاظ بصری برازش نامناسبی بر مقادیر بارش دارد.

## نتایج به دست آمده از نمودار چندک-چندک

براساس نمودار چندک-چندک (شکل ۵)، هر قدر نقاط برآورده شده توسط توابع به نیم‌ساز مربع نزدیک‌تر باشد، نشان‌دهنده برازش مناسب تابع مد نظر بر داده‌های بارش است. نقاط بالای نیم‌ساز نشان‌دهنده بیش‌برآورد و نقاط زیر آن نشان‌دهنده خطای کم‌برآورد تابع است. در ایستگاه بندرانزلی دو توزیع وایبل و لوگ نرمال دارای نتایج مشابه هستند. همچنین، توزیع لوگ نرمال خطای زیاد و بهترین برازش مربوط به تابع گامای تعمیم یافته را دارد. در مورد

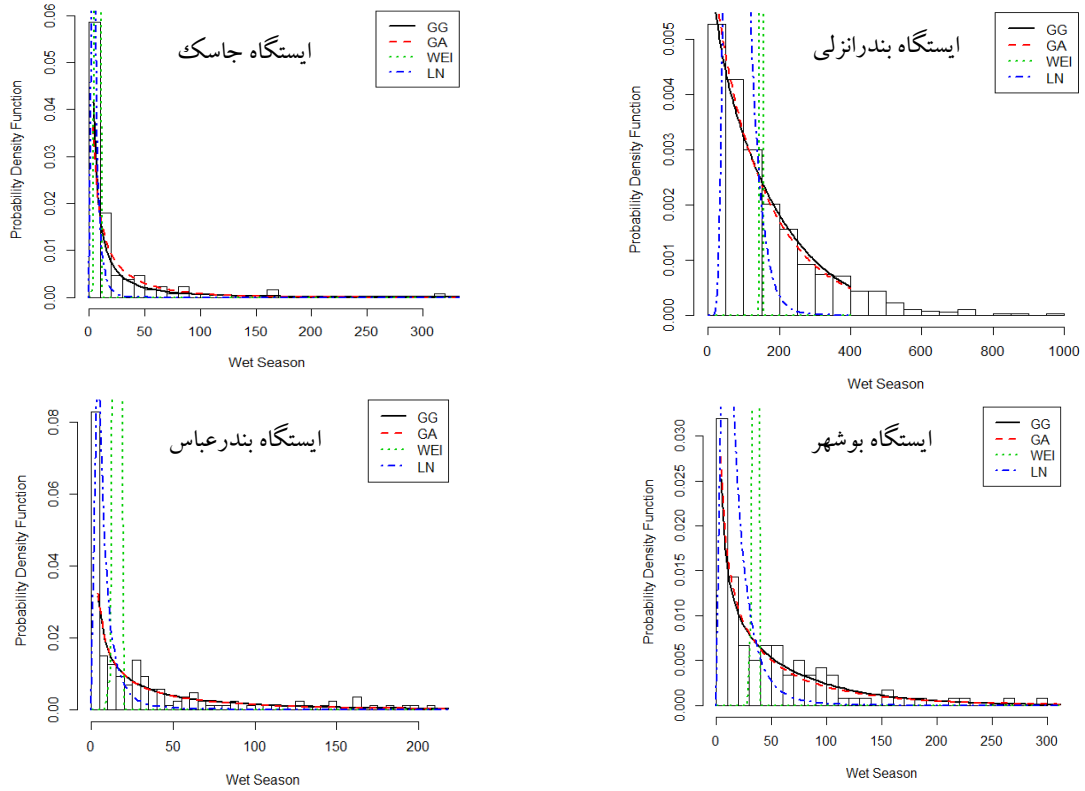
جدول ۳. توابع توزیع و روابط استفاده شده در تحقیق حاضر

نام تابع	رابطه
(۴)	$g(y   \mu, \sigma) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)(\mu\sigma^2)^{\frac{1}{\sigma^2}}} y^{\frac{1}{\sigma^2}-1} e^{-\frac{y}{\mu\sigma^2}} \quad y > 0$
(۵)	$g(y   \mu, \sigma) = \frac{\sigma}{\mu} \left(\frac{y}{\mu}\right)^{\sigma-1} e^{-\left(\frac{y}{\mu}\right)^{\sigma}} \quad y > 0$
(۶)	$g(y   \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} y \sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(y)-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad y > 0$

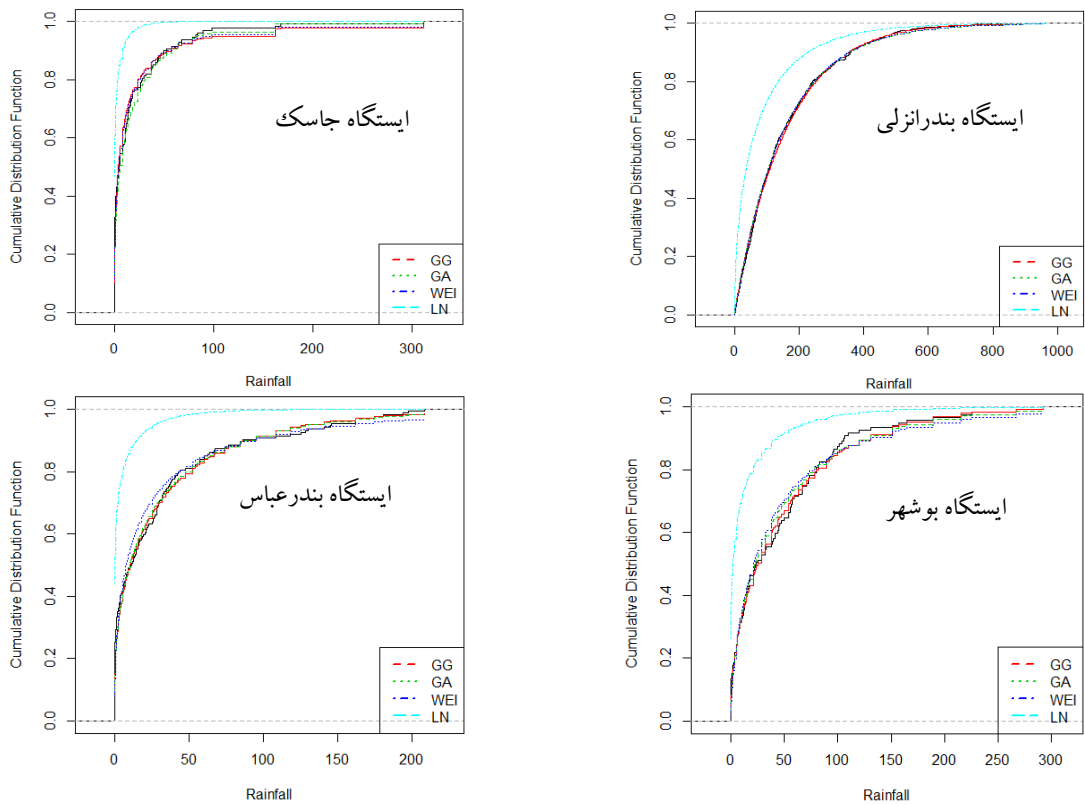


شکل ۲. بررسی رفتار توزیع گامای سه پارامتره به ازای مقادیر متفاوت پارامترها

زمانی و بذرافشان: مدل سازی مقادیر بارش در دوره تر سال با استفاده از مدل های احتمالاتی گامای تعمیم یافته در ... ۷۴۵



شکل ۳. نمودار بافت نگاشت و برازش توزیع های مختلف بر داده های دیدبانی شده بارش در برخی ایستگاه ها (GG: گامای تعمیم یافته: گاما: LN: لوگ نرمال و WEI: ویبول) با استفاده از نرم افزار R



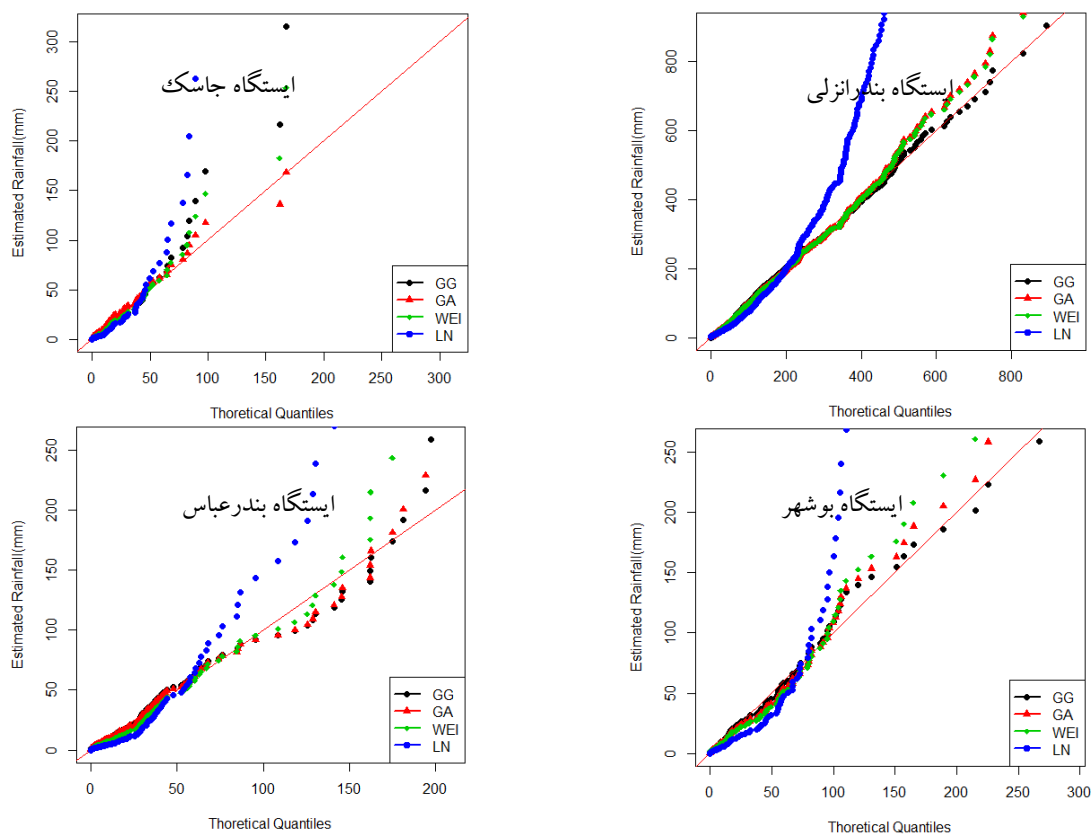
شکل ۴. احتمال تجمعی توابع استفاده شده بر داده های بارش در برخی ایستگاه ها

رتبه نخست را دارد. مقدار آماره K-S نیز در سطح ۹۵ درصد اطمینان معنادار است. تابع گاما در رتبه دوم، وایبل رتبه سوم و لوگ نرمال با بیشترین مقدار آماره‌ها در رتبه چهارم قرار دارد. دو ایستگاه بوشهر و آبادان از نظر پاسخ توابع، رفتاری شبیه ایستگاه‌های واقع در سواحل شمالی دارند. در بخش مرکزی خلیج فارس که شامل بندرعباس، سیری، ابوموسی و بندرلنگه می‌شود، تابع گاما در رتبه نخست، وایبل در رتبه دوم، گامای تعمیم‌یافته در رتبه سوم و توزیع لوگ نرمال در رتبه چهارم قرار دارد. در سواحل دریای عمان واقع در ایستگاه چابهار و جاسک، تابع توزیع وایبل با کمترین مقدار آماره‌ها و معناداری آماره K-S در رتبه نخست است و سایر آماره‌ها از نظر آماره معنادار نیستند. براساس نتایج پژوهش صادقی مزیدی و همکاران [۲۰] روش ناپارامتری K-S مناسب‌ترین راه در انتخاب تابع مناسب گزارش شده است.

ایستگاه جاسک، تابع گاما دچار کم‌برآورد و سایر توابع دچار بیش‌برآورد شده‌اند. در این ایستگاه تابع وایبل نزدیک‌ترین نقاط به نیم‌ساز را دارد. در اقلیم فراهشک غرب خلیج فارس (بوشهر)، تابع گامای تعمیم‌یافته بهترین برازش و لوگ نرمال بیشترین خطا را دارد. در ایستگاه بندرعباس، نتایج به‌دست‌آمده از تابع گاما و گامای تعمیم‌یافته مشابه است و تابع وایبل و لوگ نرمال خطای زیادی در برآورد مقادیر بارش دارند.

#### مقایسه مدل‌ها و آزمون نیکویی برازش K-S

مقایسه مدل‌ها با استفاده از آماره AIC، BIC و کولموگروف-اسمیرنوف صورت پذیرفت. مبنای انتخاب مدل‌ها در این شاخص‌ها کوچک بودن آماره‌ها بود. براساس جدول ۴، مقادیر آماره‌های به‌دست‌آمده از برآورد تابع توزیع گامای تعمیم‌یافته در تمامی ایستگاه‌های سواحل شمالی نسبت به سه تابع دیگر کمتر است و در همه موارد



شکل ۵. نمودار Q-Q توابع توزیع استفاده‌شده در برخی ایستگاه‌ها



برآورد پارامترهای توابع منتخب

پس از آزمون نکویی برازش، مقادیر توابع توزیع احتمال با توابع منتخب برآورد شد. نتایج در جدول ۵ ارائه شد. همان طور که ملاحظه می شود، در سواحل عمان، محدوده پارامتر شکل کمتر از ۱۱ و مقدار پارامتر مقیاس کمتر از ۰/۵ است، به این معنا که تغییرپذیری مقدار میانگین و واریانس بارش کم است. بنابراین، در مناطق با تغییرپذیری کم بارش، تابع توزیع وایبل بهترین برآورد را بر مقادیر بارش در دوره تر خواهد داشت. در بخش مرکزی خلیج فارس که تمام ایستگاهها در پهنه استان هرمزگان قرار می گیرند، محدوده تغییرات پارامتر شکل ۲۰-۳۰ و پارامتر مقیاس بیش از ۱/۵ است. همچنین، تابع توزیع گاما بهترین عملکرد را داشته است، اما در بخش غربی خلیج فارس و تمامی ایستگاههای واقع در سواحل شمالی کشور، تابع توزیع گامای تعمیم یافته با محدوده پارامتر شکل ۳۱ تا ۱۷۰ و محدوده پارامتر مقیاس بین ۰/۵ تا ۱/۵ بهترین برازش بر مقدار بارش در دوره تر سال را دارد. نتایج پژوهش قوش و همکارانش [۱۷] در پارامتریزه کردن بارش نشان داد توابع خانواده گاما برای نشان دادن رژیم بارش بسیار مناسباند.

شکل ۶ به توصیف رژیم بارش در مناطق مطالعه شده بر حسب تغییرات پارامترهای بارش می پردازد. بر این اساس، مناطق کم بارش با مقدار کم پارامترهای مقیاس و شکل، شامل مناطق فراخشکی هستند که رفتار بارش از تابع توزیع وایبل است. این در حالی است که به دلیل ناچیز بودن بارش در دوره ترسالی و کم بودن رطوبت خاک، امکان کشاورزی پایدار وجود

ندارد. در این مناطق نیز به دلیل فراخشک بودن، اغلب وقایع حدی و با تعداد کم طی دوره مرطوب هستند. مناطقی که دارای پارامتر مقیاس زیاد بارش و مقدار پارامتر شکل متوسط بارش هستند، از نظر رژیم بارش، وقایع بارش حدی در دوره تر سال دارند که این رژیم دارای شدت بارش زیاد و مدت زمان کوتاه است. تابع توزیع در این مناطق به اصطلاح مقیاس محور<sup>۱</sup> است [۵]. مناطقی که پارامتر شکل زیاد و مقیاس کم دارند، مناطق پربارشی هستند که در تمام دوره مرطوب از بارش بهره می برند. تابع توزیع در این مناطق به اصطلاح شکل محور<sup>۲</sup> است [۵]. مناطق یادشده (شکل محور) مقدار بارش فراوان و دوره بارش طولانی دارند. بارش در مناطق یادشده عموماً طی دوره تر در تمام سالها بوده و به صورت منظم توزیع یافته است، به طوری که مقادیر کمتر و بیشتر از میانگین یکسان توزیع شده اند. در این صورت، مقدار تغییرات مقیاس کمتر از شکل است. یعنی برای مناطق دارای رژیم شکل محور، توزیع بارش حول میانه است. حال آنکه در مناطق با رژیم مقیاس محور، مقدار واریانس از مقدار میانگین بیشتر است. اگر پارامتر شکل را ثابت نگه داریم و مقیاس را افزایش دهیم، شکل تابع کاهش می یابد و دارای چولگی مثبت خواهد شد. در ادامه، شکل تابع را پارامتر سوم (پارامتر موقعیت) در تابع گامای سه پارامتره مشخص می کند. نتایج پژوهش های هوساک و همکاران [۵] و نیز محمودزاده و همکاران [۱۳] در معرفی تابع توزیع بر مقادیر بارش ماهانه در آفریقا و ایران، تابع گاما را مناسب مناطق کلیه مناطق به جز مناطق بیابانی و خشک و تابع ویبول را برای مناطق بیابانی معرفی کرد.

جدول ۴. معیارهای نکویی برازش در انتخاب بهترین تابع توزیع در سواحل شمالی و جنوبی ایران

نام منطقه	نام ایستگاه	تابع گامای تعمیم یافته			تابع گاما			تابع ویبول			تابع لوگ نرمال		
		رتبه	K-S	BIC	AIC	رتبه	K-S	BIC	AIC	رتبه	K-S	BIC	AIC
سواحل شمالی	آستارا	۱	۰/۰۳۹	۴۲۷۳	۴۲۶۱	۳	۰/۰۲۹	۴۲۷۰	۴۲۶۲	۲	۰/۰۲۹	۴۲۷۰	۴۲۶۲
	بندر انزلی	۱	۰/۰۲۶	۹۴۷۱	۹۴۵۷	۲	۰/۰۲۷	۹۴۷۳	۹۴۶۳	۳	۰/۰۲۷	۹۴۷۳	۹۴۶۳
	رشت	۱	۰/۰۳۸	۸۲۷۱	۸۲۵۸	۳	۰/۰۶۹	۸۲۸۰	۸۲۷۱	۲	۰/۰۶۹	۸۲۸۰	۸۲۷۱
	نوشهر	۱	۰/۰۲۵	۵۴۶۰	۵۴۵۲	۲	۰/۰۲۷	۵۴۶۶	۵۴۵۳	۳	۰/۰۲۷	۵۴۶۶	۵۴۵۳
سواحل جنوبی	رامسر	۱	۰/۰۳۶	۸۲۲۳	۸۲۱۴	۲	۰/۰۴۲	۸۲۲۵	۸۲۱۶	۳	۰/۰۴۲	۸۲۲۵	۸۲۱۶
	بایلسر	۱	۰/۰۴۳	۶۲۳	۳۲۶۰	۲	۰/۰۴۲	۶۲۳۶	۶۲۲۸	۳	۰/۰۴۲	۶۲۳۶	۶۲۲۸
	گرگان	۱	۰/۰۲۹	۱۲۴۲	۱۲۳۳	۲	۰/۰۶	۱۲۴۸	۱۲۴۲	۳	۰/۰۶	۱۲۴۸	۱۲۴۲
	آبادان	۱	۰/۰۵۲	۱۱۲۱	۱۱۱۳	۲	۰/۰۷۹	۱۱۲۵	۱۱۱۹	۳	۰/۰۷۹	۱۱۲۵	۱۱۱۹
سواحل جنوبی	بوشهر	۲	۰/۱۲۴	۱۲۹۸	۱۲۸۸	۲	۰/۱۳۹	۱۲۹۴	۱۲۸۸	۳	۰/۱۳۹	۱۲۹۴	۱۲۸۸
	کیش	۳	۰/۱۴۲	۹۶۶	۹۵۷	۱	۰/۱۵۵	۹۶۲	۹۵۶	۲	۰/۱۵۵	۹۶۲	۹۵۶
	ابوموسی	۳	۰/۱۶۹	۹۳۶	۹۲۸	۱	۰/۱۸۱	۹۳۲	۹۲۷	۲	۰/۱۸۱	۹۳۲	۹۲۷
	سیری	۲	۰/۱۲۷	۱۰۴۸	۱۰۳۹	۱	۰/۱۴۹	۱۰۴۷	۱۰۴۱	۲	۰/۱۴۹	۱۰۴۷	۱۰۴۱
سواحل جنوبی	بندر لنگه	۲	۰/۱۱۸	۱۳۶۱	۱۳۵۱	۱	۰/۱۳۹	۱۳۶۱	۱۳۵۴	۲	۰/۱۳۹	۱۳۶۱	۱۳۵۴
	بندرعباس	۳	۰/۱۸۶	۸۵۶	۸۴۷	۴	۰/۰۶۱	۸۵۲	۸۴۶	۳	۰/۰۶۱	۸۵۲	۸۴۶
	جاسک	۳	۰/۱۵۷	۶۷۹	۶۷۱	۲	۰/۰۶۴	۶۷۴	۶۶۹	۳	۰/۰۶۴	۶۷۴	۶۶۹
	چابهار	۳	۰/۱۴۸	۶۷۵	۶۷۰	۲	۰/۱۵۹	۸۵۸	۸۵۲	۴	۰/۱۵۹	۸۵۸	۸۵۲

\* معناداری در سطح اعتماد ۹۵ درصد

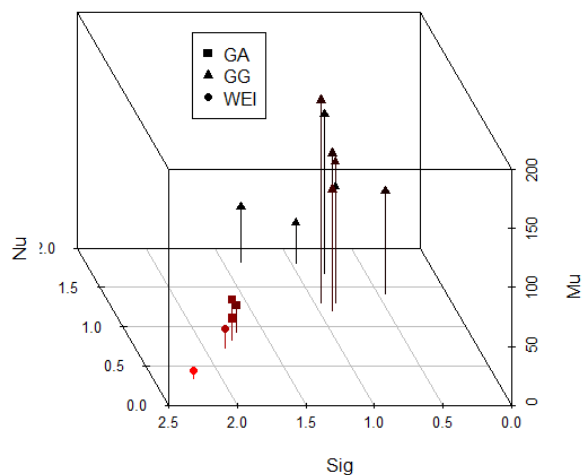
1. Scaled Dominated
2. Shaped Dominated

جدول ۵. پارامترهای آماری و توابع توزیع منتخب در سواحل شمالی و جنوبی ایران

نام ایستگاه	تابع منتخب	پارامتر شکل یا مو ( $\mu$ )	پارامتر مقیاس یا سیگما ( $\sigma$ )	پارامتر موقعیت یا نو ( $U$ )
آستارا	گامای تعمیم یافته	۱۲۱/۸۵	۰/۸۴۷	۱/۳۷۷
بندرانزلی	گامای تعمیم یافته	۱۷۱/۳	۰/۹۵۵	۱/۳۱۱
رشت	گامای تعمیم یافته	۱۳۴/۶۲	۰/۸۰۵	۱/۲۸
نوشهر	گامای تعمیم یافته	۱۱۹/۵۹	۰/۸۵۳	۱/۳۰۱
رامسر	گامای تعمیم یافته	۱۰۲/۲۰۶	۰/۹۰۵	۱/۲۱
بابلسر	گامای تعمیم یافته	۸۷/۵۱	۰/۸	۱/۴۱۴
گرگان	گامای تعمیم یافته	۶۲/۷۹	۰/۶۷۴	۱/۸۴
آبادان	گامای تعمیم یافته	۳۳/۵۹	۰/۹۷۱	۱/۸۱۲
بوشهر	گامای تعمیم یافته	۴۶/۵۲	۱/۳۷	۱/۳۷۷
کیش	گاما	۲۴/۸۲	۱/۶۴۷	-
سیری	گاما	۲۱/۳۶	۱/۶۵	-
ابوموسی	گاما	۲۳/۷۸	۱/۶۵۴	-
بندرلنگه	گاما	۲۶/۵	۱/۶۶	-
بندرعباس	گاما	۳۰/۱۹	۱/۶۵	-
جاسک	وایبل	۸/۸	۰/۴۷	-
چابهار	وایبل	۱۰/۹۷	۰/۴۸۲	-



شکل ۶. توصیف رژیم‌های بارش در زمینه تغییر پارامترهای توابع توزیع استفاده شده



شکل ۷. رژیم‌های بارش در زمینه تغییر پارامترهای توابع توزیع گامای تعمیم یافته

### برآورد بارش در دوره بازگشت های مختلف

پس از تخمین پارامترهای توابع توزیع، بزرگی بارش در دوره تر با دوره بازگشت های مختلف در ایستگاه های بررسی شده محاسبه شد. شکل ۸ تغییرات بارش در دوره بازگشت های ۲ تا ۱۰۰ ساله را در ایستگاه های مختلف نشان می دهد. با توجه به اینکه بارش های حدی در ایستگاه های ساحلی دریای عمان، به مراتب بالاتر از مرکز و غرب خلیج فارس (بیش از ۲۰۰ میلی متر) است، بزرگی بارش در دوره بازگشت های بیش از ۵۰ سال نیز افزایش چشمگیری نسبت به بخش مرکزی و غرب خلیج فارس نشان می دهد. بزرگی بارش با افزایش دوره بازگشت از

شرق به غرب خلیج فارس روند کاهشی دارد، به این معنا که با تغییر رفتار توزیعی بارش در دوره مرطوب (افزایش طول دوره مرطوب طی سال)، وقایع حدی در دوره بازگشت های زیاد، با روند کندتری نسبت به سایر ایستگاه ها افزایش می یابد (به استثنای غرب خلیج فارس). در مورد ایستگاه های شمال کشور نیز رفتار ایستگاه گرگان و بابل در شرق و مرکز دریای خزر از همین قانون تبعیت می کند. توزیع یکسان بارش طی دوره مرطوب در سواحل شمالی سبب شده است که میزان بارش با افزایش دوره بازگشت با روند کندتری افزایش یابد.



شکل ۸. بزرگی بارش در دوره بازگشت های مختلف در سواحل شمالی و جنوبی ایران

### نتیجه گیری

تحقیق حاضر با هدف برآزش مناسب ترین تابع توزیع احتمال خانواده گامای سه پارامتره بر مقادیر بارش در دوره تر سال در سواحل شمالی و جنوبی ایران صورت پذیرفت. بر این اساس، مقادیر بارش در ماه های تر سال با استفاده از روش اقلیم نماي آمبروترمیک جداسازی شده و توابع یاد شده بر بارش برازش داده شد. از معیارهای AIC و BIC برای انتخاب مدل مناسب و به منظور نکویی برازش از آزمون K-S و مقایسه ظاهری نمودارهای تابع چگالی احتمال و نمودار Q-Q استفاده شد. پس از تعیین مناسب ترین تابع، پارامترهای تابع محاسبه و میزان بارش در دوره تر سال با استفاده از رابطه بازگشت تخمین زده شد. نتایج به دست آمده از بررسی توابع توزیع احتمال نشان می دهد برای سواحل عمان (جاسک و چابهار)، تابع وایبل؛ برای بخش مرکزی خلیج فارس، تابع گاما و برای سواحل غربی خلیج فارس و سواحل دریای خزر، تابع توزیع گامای تعمیم یافته بهترین برازش را دارد.

با تحلیل پارامترهای تابع توزیع، می توان رژیم بارش منطقه را مشخص کرد، به طوری که مقادیر میانگین و واریانس های کم در دوره مرطوب سال، نشان دهنده مناطقی هستند که با توجه به اقلیم فراخشک و میانگین بارش کم، امکان کشاورزی پایدار را ندارند. در این مناطق بارش از تابع وایبل تبعیت می کند، این بارش ها بزرگی زیاد، توزیع نامناسب طی دوره مرطوب (توزیع زمانی نامناسب) و سیل آسا دارند. همچنین، زمانی که مقدار تغییرات واریانس نسبت به میانگین بسیار بیشتر باشد، پارامتر مقیاس بیشتر از شکل می شود و به اصطلاح به این رژیم بارش، مقیاس محور می گویند. در این مناطق رژیم بارش دارای وقایع حدی فراوان، شدت بارش زیاد و زمان تداوم کم است. همچنین، در این مناطق بارش از الگوی تابع گاما تبعیت می کند. به مناطقی که میانگین بارش بیشتر از واریانس باشد (پارامتر شکل بیشتر از مقیاس)، به اصطلاح شکل محور گفته می شود. در مناطق شکل محور شدت بارش کم و مدت بارش زیاد است و الگوی بارش از تابع گامای سه پارامتره تبعیت می کند.

- [4]. Bazrafshan O, Gerhani Nezhad Moshizi Z. The Impacts of Climate Variability on Spatiotemporal Water Footprint of Tomato Production in Hormozgan. *J Wat Soil*. 2018; 32(1): 29-43.
- [5]. Husak G J, Michaelsen J, & Funk C. Use of the gamma distribution to represent monthly rainfall in Africa for drought monitoring applications. *International Journal of Climatology*, 2007; 27(7): 935-944.
- [6]. Katz R W. Extreme value theory for precipitation: Sensitivity analysis for climate change. *Advanc Wat Resour*. 1999; 23(2): 133-139.
- [7]. Semenov V, & Bengtsson L. Secular trends in daily precipitation characteristics: Greenhouse gas simulation with a coupled AOGCM. *Clim Dynam*. 2002; 19(2): 123-140.
- [8]. Stacy E W. A generalization of the gamma distribution. *Annals Math Stat*. 1962; 33:1187-1192.
- [9]. Vergni L, Di Lena B, Todisco F. & Mannocchi F. Uncertainty in drought monitoring by the Standardized Precipitation Index: the case study of the Abruzzo region (central Italy). *Theor. Appl. Climatol*. 2015; 1685-6.
- [10]. Vergni L, Todisco F, & Mannocchi F. Evaluating the uncertainty and reliability of standardized indices. *Hydrol Res*. 2016; 60-76.
- [11]. Alijani B, Afsharmanesh H. Long term Analysis of Precipitation Using using Probability Distribution Function (Case Study: Iran), *Geograph Urban Plan Zagros Land Scape*. 2016; 7(25): 79-95.
- [12]. Esmaeili A, MAhmudi S, Raof M, Mirzaei S. Estimation of Maximum Rainfall using Probability Distribution Function (Case Study: Namin Watershed), *1st Agriculture Science and Environment of Iran, Ardebil*. 2016.
- [13]. Mahmoudzadeh F. Uncertainties in assessing meteorological drought using SPI and SPEI drought index in arid and semi-arid Iran. MSc Thesis, University of Hormozgan, 2016.
- [14]. Castellvi F, Mormeneo I, Perez P J. Generation of daily amounts of precipitation from standard climatic data: a case study for Argentina. *J Hydrol*. 2004; 289: 286-302.
- [15]. Shoji T, & Kitaura H. Statistical and geostatistical analysis of rainfall in central Japan. *Comput Geosci*, 2006; 32(8): 1007-1024.
- [16]. Pal S, & Mazumdar, D. Stochastic Modelling of Monthly Rainfall Volume During Monsoon Season over Gangetic West Bengal, India. *Nat Environ Pollut Technol*, 2015; 14(4): 951.

از طریق تجزیه و تحلیل پارامترهای توزیع احتمال، می‌توان به احتمال ریزش بارش، احتمال بزرگی رخداد بارش و متعاقب آن، احتمال بروز سیل و میزان ذخیره نزولات، برای تأمین منابع آب در بخش کشاورزی، تغییر الگوی کشت و درک سناریوهای احتمالی خشکسالی دست یافت. روش به کار گرفته شده در تحقیق حاضر، برای تحلیل زمانی و مکانی احتمال بارش، به‌ویژه در جنوب کشور که آمار کافی ندارند، بسیار بااهمیت است.

به طور کلی، تحقیق حاضر نشان داد چگونه می‌توان با استفاده از پارامترهای تابع توزیع، احتمال بارش یک منطقه را توصیف کرد و متناسب با داده‌های تاریخی، تاریخچه بارش یک منطقه را بررسی کرد و کیفیت اطلاعات را افزایش داد.

در نهایت، دستاوردهای اصلی تحقیق حاضر در دو بخش اصلی دسته‌بندی می‌شود: دستاورد نخست اینکه با استفاده از توابع توزیع یادشده می‌توان به پایش شرایط موجود، بررسی رژیم بارش و چگونگی توزیع بارش طی سال پرداخت و دستاورد دوم، استفاده از توابع یادشده برای پیش‌آگاهی و پیش‌بینی احتمال بارش در آینده است. همچنین، از توابع یادشده به صورت کاربردی می‌توان برای محاسبه شاخص SPI و پایش خشکسالی اقلیمی بهره برد. در نهایت، تحقیق حاضر به عنوان مرجعی برای انتخاب تابع توزیع مناسب بر مقادیر بارش در دوره تر در سواحل شمالی و جنوبی ایران و مناطق مشابه است، تا بتوان به عنوان ابزاری به منظور پیش‌بینی و تصمیم‌گیری در مدیریت آب و منابع در بخش کشاورزی در آینده از آن بهره برد.

#### منابع

- [1]. Dinpashoh Y, Jhajharia D, Fakheri-Fard A, Singh V. P, & Kahya E. Trends in reference crop evapotranspiration over Iran. *J Hydrol*. 2011; 399(3-4): 422-433.
- [2]. Kousari M R, Dastorani M T, Niazi Y, Soheili E, Hayatzadeh M, & Chezgi J. Trend detection of drought in arid and semi-arid regions of Iran based on implementation of reconnaissance drought index (RDI) and application of non-parametrical statistical method. *Wat Resour Manage*. 2014; 28(7): 1857-1872.
- [3]. NDWMC. National Drought Warning Monitoring Center. <http://ndc.irimo.ir/far/index.php>

- [17]. Ghosh, S., Roy, M. K., & Biswas, S. C. (2016). Determination of the best fit probability distribution for monthly rainfall data in Bangladesh. *American Journal of Mathematics and Statistics*, 6(4), 170-174.
- [18]. Abbas N, Siti Mulisha S M, & Abdul Halim S. Probability distributions comparative analysis in assessing rainfall process in time and space. *International J Civil Eng Technol*. 2017; 8(10): 1679-1688.
- [19]. Alam, M. A., Emura, K., Farnham, C., & Yuan, J. (2018). Best-Fit Probability Distributions and Return Periods for Maximum Monthly Rainfall in Bangladesh. *Climate*, 6(1), 9.
- [20]. Sadeghi Mazidi H, Bazrafshan O, Bahreman A, Malekian A. Correction annual maximum discharge based on appropriate probability distribution function in south of Iran. *Iranian J Ecohydro*, 2017; 4(4): 1175-1185.
- [21]. Vogel R M & Wilson I. Probability distribution of annual maximum, mean, and minimum streamflows in the United States. *J hydrol Eng*. 1996; 1(2): 69-76.
- [22]. Susanti W, Adnan A, Yendra R, Muhajir, M N. The Analysis of Extreme Rainfall Events in Pekanbaru City Using Three-Parameter Generalized Extreme Value and Generalized Pareto Distribution. *Appl Math Sci*. 2018; 12(2): 69-80.
- [23]. Hurst, H. 1951. The long-term storage capacity of reservoirs *Transactions of American Society Civil Engineer.*" 116-195.
- [24]. Helsel D R, Hirsch R M. *Statistical methods in water resources* Vol. 1992; 49, Elsevier, 340P.
- [25]. Akaike H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In *Second International Symposium on Information Theory, 1973* (pp. 267-281). Akademiai Kiado. 1973
- [26]. Schwarz G. Estimating the dimension of a model. *The annals of statistics*, 1978; 6(2): 461-464.
- [27]. Musy A, Meylan P, & Favre AC. *Predictive hydrology: A frequency analysis approach*. CRC Press. 2012.
- [28]. Chandler RE, & Wheeler HS. Analysis of rainfall variability using generalized linear models: a case study from the west of Ireland. *Wat Resour Res*, 2002; 38(10): 10-1.